МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. Ломоносова

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Возбуждение поверхностных волн релятивистскими электронными пучками в плазменных волноводах

Подготовил:

Студент 423 группы
Ершов Алексей Владимирович

Научный руководитель:
д.ф. - м.н., проф. Кузелев Михаил Викторович

Москва

2021

Оглавление

Аннотация

В связи с проблемой повышения рабочей частоты черенковских плазменных излучателей до субтерагерцового диапазона возникла задача исследования возбуждения релятивистскими электронными поверхностных волн волноводов с частичным плазменным заполнением отсутствии внешнего магнитного поля. Решению этой актуальной задачи посвящена данна работа. Получено дисперсионное уравнение для определения собственных комплексных частот плазменного волновода частично заполненного плазмой и пронизываемого прямолинейным плотным релятивистским электронным пучком. Вычислены инкременты развития пучково-плазменных неустойчивостей в предельных режимах одночастичного и коллективного вынужденных эффектов Черенкова. Проведены численные расчеты, показывающие эффективность черенковского пучково-плазменного взаимодействия в диапазонах частот, недоступных для имеющихся на сегодняшний день черенковских плазменных источников электромагнитного излучения.

Введение

В плазменной СВЧ электронике в качестве электродинамических систем применяют отрезки плазменных волноводов с излучателем на одном из торцов. Отличительной особенностью плазменных излучателей является то, что их рабочая частота сопоставима с электронной ленгмюровской частотой плазменного заполнения, т.е. $\omega_p \sim (10^{10} - 10^{11})$рад/с [2, 3].

При повышении рабочей частоты необходимо использовать более плотную плазму, для чего необходимо изменить основные теоретические модели СВЧ-электроники [5, 6]. Для замагничивания плотной плазмы требуется слишком большое магнитное поле, поэтому необходимо считать плазму слабо замагниченной или незамагниченной. Незамагниченность плазмы предполагает выполнение неравенств

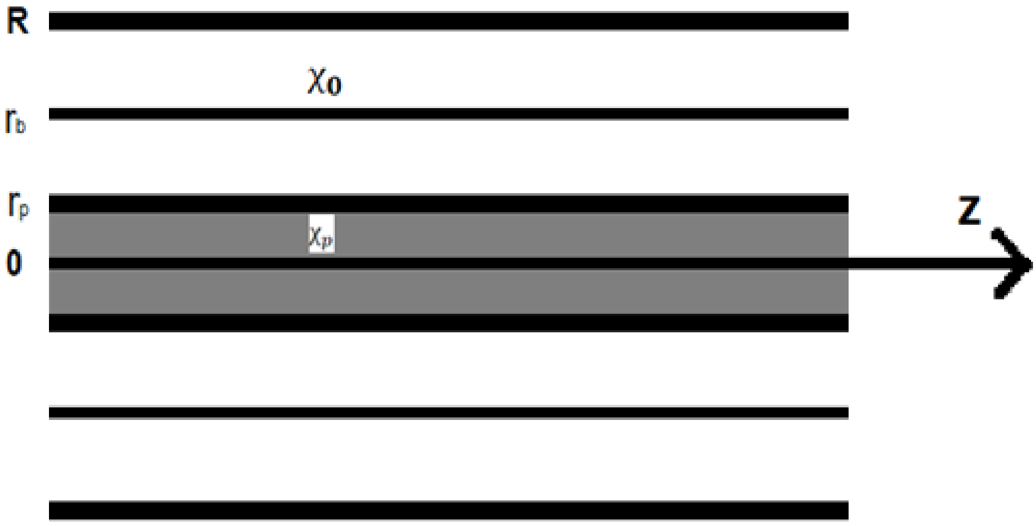
$$\Omega_e{}^2 \ll \omega^2, \Omega_e \omega_p{}^3 \ll \omega^3$$

где Ω_e -циклотронная частота. Чем плотнее плазма, тем лучше выполняются неравенства.

Плотности электронных пучков малы, по сравнению с плазмой, и поэтому пучок можно считать бесконечно тонким и замагниченным.

Модель

Расмотрим цилиндрический волновод , в центре которого находится плазма, вне плазмы находится электронный пучок. Направим ось Z вдоль оси волновода, совпадающей с направлением движения пучка.



Введем параметры системы:

R – радиус волновода

r_b – радиус электронного пучка

r_p – радиус области плазмы

u – скорость пучка

ω_b – частота пучка

ω_p – лэнгмюровская частота плазмы

Запишем продольную составляющую поля в виде

$$E_z(t,z,r) = \frac{1}{2}\{E(r)\exp(-iwt + ik_z z) + C.C.\} \qquad (1)$$

Пучок бесконечно тонкий, цилиндрический и замагниченный.

Запишем продольную составляющую для каждой области, учитывая равенство нулю на стенке волновода и ограниченность функции в 0:

$$E(r) = \begin{cases} A * I_0(\chi_p r),\ r < r_p \\ B * I_0(\chi_0 r) + C * K_0(\chi_0 r),\ \ r_p < r < r_b \\ D * \left(I_0(\chi_0 r) - \frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)}\ K_0(\chi_0 r)\right) = D * F(\chi_0 r),\ r_b < r < R \end{cases} \qquad (2)$$

где

$$\chi_0{}^2 = k_z{}^2 - \frac{\omega^2}{c^2};\chi_p{}^2 = k_z{}^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_p;\ \varepsilon_p = 1 - \frac{\omega_p{}^2}{\omega^2} \qquad (3)$$

Где A, B, C, D - некоторые постоянные

Граничные условия на границе плазмы и вакуума, вакуума и пучка [1]:

$$\{E_z\} = 0, \qquad r = r_p, r = r_b$$

$$\left\{\frac{\varepsilon}{\chi^2}\frac{dE_z}{dr}\right\} = 0, r = r_p$$

$$\left\{\frac{dE_z}{dr}\right\} = -\chi_0{}^2\frac{\omega_b{}^2\gamma^{-3}}{(\omega-k_z u)^2}\Delta_b E_z, \; r = r_b \tag{4}$$

Причем в вакууме $\varepsilon = 1$, а в плазме $\varepsilon = \varepsilon_p = 1 - \frac{\omega_p{}^2}{\omega^2}$

Дисперсионное уравнение

Подставим (2) в граничные условия (4) и составим систему уравнений

$$\begin{cases} AI_0(\chi_p r_p) - \left(BI_0(\chi_0 r_p) + CK_0(\chi_0 r_p)\right) = 0 \\ BI_0(\chi_0 r_b) + CK_0(\chi_0 r_b) - D * F(\chi_0 r_b) = 0 \\ \frac{\varepsilon_p}{\chi_p{}^2}\left(A * I_0(\chi_p r_p)\right)' - \frac{1}{\chi_0{}^2}\left(B * I_0(\chi_0 r_p) + C * K_0(\chi_0 r_p)\right)' = 0 \\ D\left(I_0(\chi_0 r_b) - \frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)} K_0(\chi_0 r_b)\right)' - \left(B * I_0(\chi_0 r_b) + C * K_0(\chi_0 r_b)\right)' = \\ -\chi_0{}^2\frac{\omega_b{}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b DF(\chi_0 r_b) \end{cases} \tag{5}$$

$$F_1(\chi_0 r_b) = I_1(\chi_0 r_b) + \frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)} K_1(\chi_0 r_b)$$

$$\begin{cases} AI_0(\chi_p r_p) - \left(BI_0(\chi_0 r_p) + CK_0(\chi_0 r_p)\right) = 0 \\ BI_0(\chi_0 r_b) + CK_0(\chi_0 r_b) - D * F(\chi_0 r_b) = 0 \\ \frac{\varepsilon_p}{\chi_p} AI_1(\chi_p r_p) - \frac{1}{\chi_0}\left(BI_1(\chi_0 r_p) - CK_1(\chi_0 r_p)\right) = 0 \\ D\chi_0\left(F_1(\chi_0 r_b)\right) - \chi_0\left(BI_1(\chi_0 r_b) - CK_1(\chi_0 r_b)\right) = -\chi_0{}^2\frac{\omega_b{}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b DF(\chi_0 r_b) \end{cases}$$

Упростим систему, последовательно исключая переменные

$$A = \frac{\left(BI_0(\chi_0 r_p) + CK_0(\chi_0 r_p)\right)}{I_0(\chi_p r_p)} \tag{6}$$

$$\begin{cases} BI_0(\chi_0 r_b) + CK_0(\chi_0 r_b) - D * F(\chi_0 r_b) = 0 \\ \frac{\varepsilon_p}{\chi_p}\left(BI_0(\chi_0 r_p) + CK_0(\chi_0 r_p)\right)\frac{I_1(\chi_p r_p)}{I_0(\chi_p r_p)} - \frac{1}{\chi_0}\left(BI_1(\chi_0 r_p) - CK_1(\chi_0 r_p)\right) = 0 \\ D\chi_0 F_1(\chi_0 r_b) - \chi_0\left(BI_1(\chi_0 r_b) - CK_1(\chi_0 r_b)\right) = -\chi_0{}^2\frac{\omega_b{}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b DF(\chi_0 r_b) \end{cases}$$

$$B = -\frac{C\left(\frac{\varepsilon_p}{\chi_p}K_0(\chi_0 r_p)\frac{I_1(\chi_p r_p)}{I_0(\chi_p r_p)}+\frac{1}{\chi_0}K_1(\chi_0 r_p)\right)}{\frac{\varepsilon_p}{\chi_p}I_0(\chi_0 r_p)\frac{I_1(\chi_p r_p)}{I_0(\chi_p r_p)}-\frac{1}{\chi_0}I_1(\chi_0 r_p)} = \mathrm{C} * T1 = \mathrm{C} * \frac{C1}{B1} \qquad (7)$$

$$\begin{cases} \mathrm{C} * T1 * I_0(\chi_0 r_b) + CK_0(\chi_0 r_b) - D * F(\chi_0 r_b) = 0 \\ D\chi_{\mathbf{0}} F_1(\chi_{\mathbf{0}} r_b) - \chi_0\left(\mathrm{C} * T1 * I_1(\chi_0 r_b) - CK_1(\chi_0 r_b)\right) = -{\chi_0}^2 \frac{{\omega_b}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b D F(\chi_0 r_b) \end{cases}$$

$$\mathrm{C} = D * F(\chi_0 r_b)/(T1 * I_0(\chi_0 r_b) + K_0(\chi_0 r_b)) \qquad (8)$$

$$F_1(\chi_0 r_b) - \frac{F(\chi_0 r_b)\left(C1 * I_1(\chi_0 r_b) - B1 * K_1(\chi_0 r_b)\right)}{C1 * I_0(\chi_0 r_b) + B1 * K_0(\chi_0 r_b)} = \chi_0 \frac{{\omega_b}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b F(\chi_0 r_b)$$

$$\begin{aligned}(I_1(\chi_{\mathbf{0}} r_b) + \frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)} K_1(\chi_0 r_b))\left(C1 * I_0(\chi_0 r_b) + B1 * K_0(\chi_0 r_b)\right) \\ - \left(I_0(\chi_0 r_b) - \frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)} K_0(\chi_0 r_b)\right)\left(C1 * I_1(\chi_0 r_b) - B1 * K_1(\chi_0 r_b)\right) \\ = -\chi_0 \frac{{\omega_b}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b F(\chi_0 r_b) * (C1 * I_0(\chi_0 r_b) + B1 * K_0(\chi_0 r_b))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B1 * K_0(\chi_0 r_b) I_1(\chi_{\mathbf{0}} r_b) + C1 * I_0(\chi_0 r_b)\frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)} K_1(\chi_0 r_b) + C1 \\ * I_1(\chi_0 r_b)\frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)} K_0(\chi_0 r_b) + B1 * K_1(\chi_0 r_b) I_0(\chi_0 r_b) \\ = -\chi_0 \frac{{\omega_b}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b F(\chi_0 r_b)(C1 * I_0(\chi_0 r_b) + B1 * K_0(\chi_0 r_b))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(K_0(\chi_0 r_b) I_1(\chi_{\mathbf{0}} r_b) + K_1(\chi_0 r_b) I_0(\chi_0 r_b))\left(B1 + C1\frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)}\right) \\ = -\chi_0 \frac{{\omega_b}^2\gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2}\Delta_b F(\chi_0 r_b)(C1 * I_0(\chi_0 r_b) + B1 * K_0(\chi_0 r_b))\end{aligned}$$

Введем некоторые замены для упрощения записи

$$C1 = -\left(\frac{\varepsilon_p}{\chi_p}K_0(\chi_0 r_p)\frac{I_1(\chi_p r_p)}{I_0(\chi_p r_p)} + \frac{1}{\chi_0}K_1(\chi_0 r_p)\right)$$

$$B1 = \left(\frac{\varepsilon_p}{\chi_p} I_0(\chi_0 r_p)\frac{I_1(\chi_p r_p)}{I_0(\chi_p r_p)} - \frac{1}{\chi_0} I_1(\chi_0 r_p)\right)$$

$$S1 = (K_0(\chi_0 r_b) I_1(\chi_{\mathbf{0}} r_b) + K_1(\chi_0 r_b) I_0(\chi_0 r_b))$$

$$S2 = (C1 * I_0(\chi_0 r_b) + B1 * K_0(\chi_0 r_b))$$

$$W(w, k_z) = \frac{F(\chi_0 r_b) S2}{S1} \quad (9)$$

Невозмущенное дисперсионное уравнение в отсутствии пучка:

$$D(\omega, k_z) = \left(B1 + C1 \frac{I_0(\varkappa_0 R)}{K_0(\varkappa_0 R)}\right) = 0 \quad \mathit{(10)}$$

Точное дисперсионное уравнение для комплексных спектров исследуемого плазменного волновода с пучком имеет вид:

$$D(\omega, k_z) = -\chi_0 \frac{{\omega_b}^2 \gamma^{-3}}{(\omega - k_z u)^2} \Delta_b W(\omega, k_z) \quad (11)$$

Дисперсионное уравнение (11) можно решить приближённо с помощью сведения его к кубическому уравнению.

Решим начальную задачу, определим комплексную частоту.

Предположим, что отличие δw от точного решения мало, то есть выполняется условие одночастичного черенковского резонанса.

Представим в уравнение (11)

$$w = k_z u + \delta\omega \quad (12)$$

И разложим по малому параметру

$$\left(D(\omega, k_z) + \frac{\partial D(\omega,k_z)}{\partial w}\delta\omega\right)\delta\omega^2 = -\chi_0 \frac{{\omega_b}^2 \gamma^{-3}}{1} \Delta_b \left(W(\omega, k_z) + \frac{\partial W(\omega,k_z)}{\partial w}\delta\omega\right) \quad (13)$$

Мы получили кубического уравнение относительно δw которое можно решить точно.

Результаты для параметров

Зафиксируем некоторые параметры системы:

R=3 см

r_p=1 см

ω_p=30*10^{10} 1/c

ω_b=10*10^{10} 1/c

u=2.27*10^{10} см /с

Сначала представлена дисперсионная кривая для (10), случая без пучка

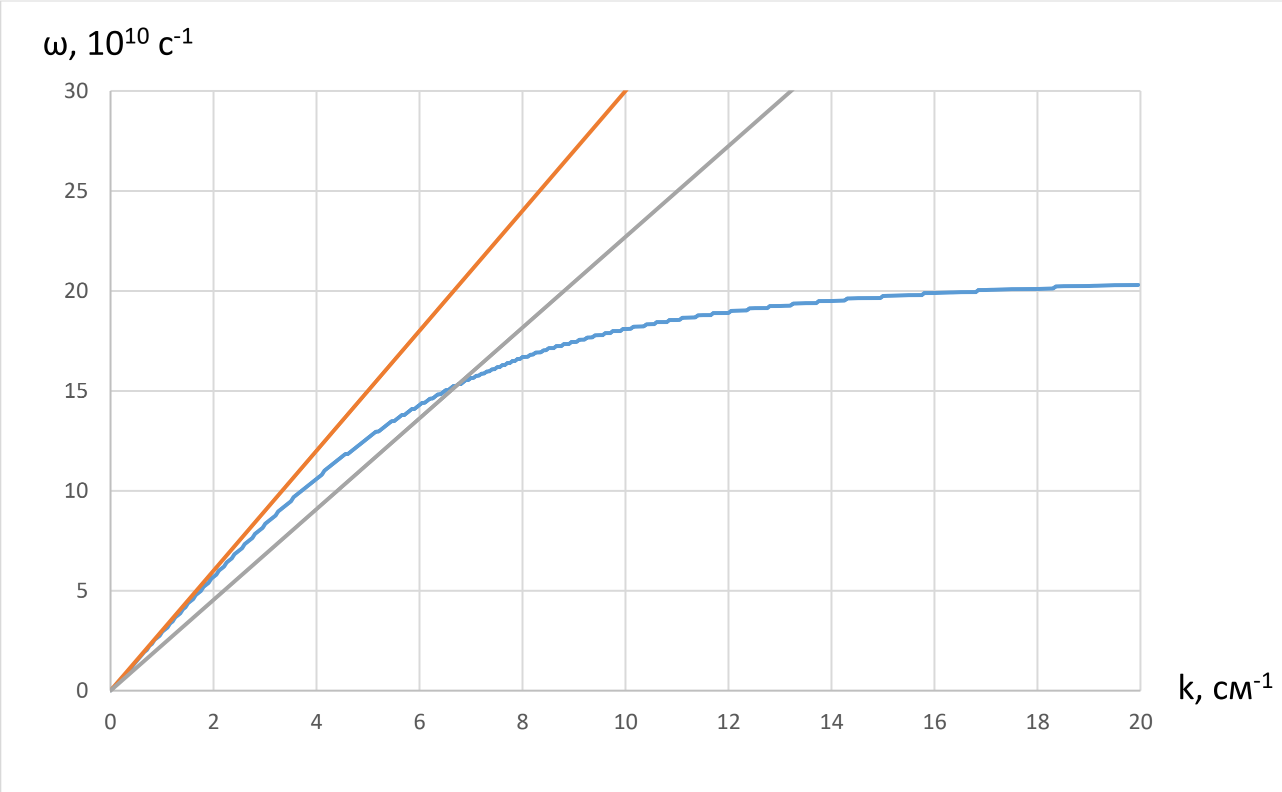


График 1. Частоты поверхностной волны в невозмущенном случае

Из графика видно, что есть точка, в которой собственные частоты и волновые числа совпадают с электронным пучком. Вблизи этой точки рассмотрим уравнение (11).

Получено решение для уравнения (11) при различных положениях пучка

Далее показан предельный случай $r_b = 1$см.

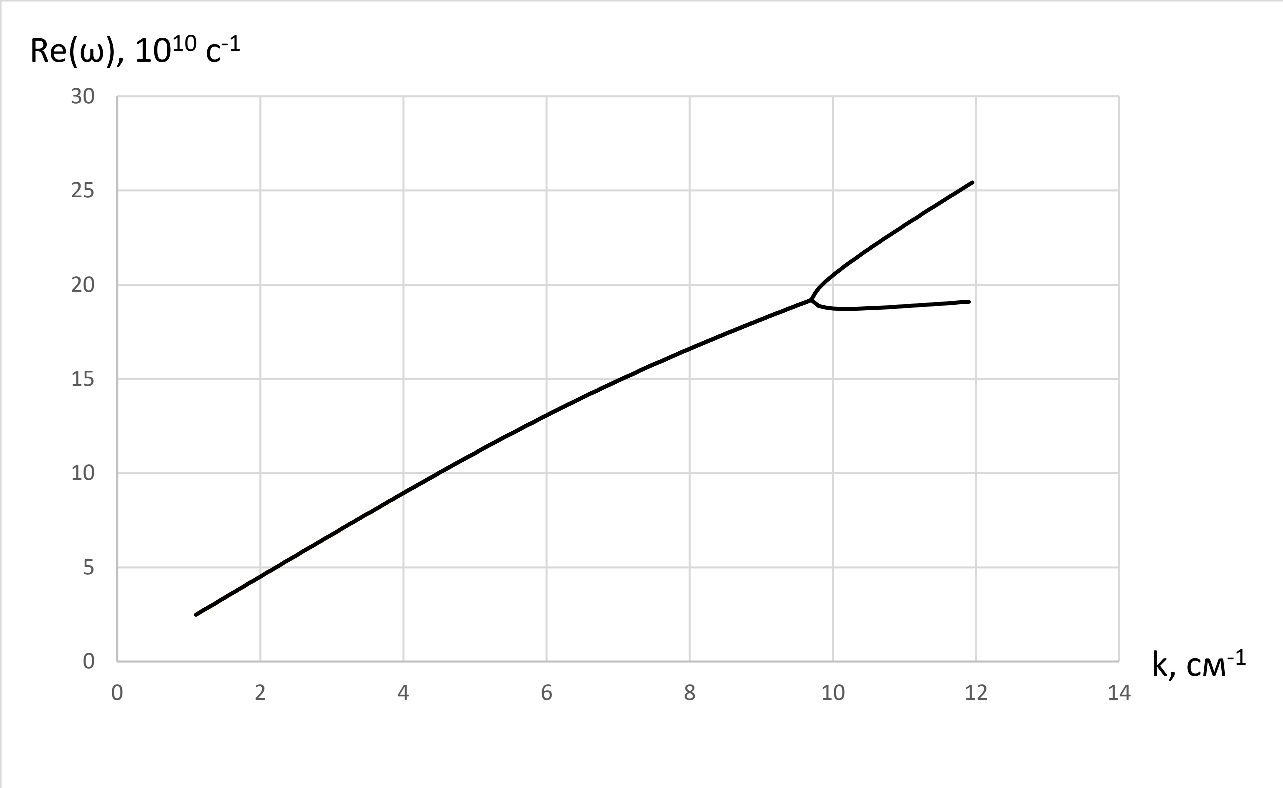


График 2 Re(ω) от k для уравнения (11)

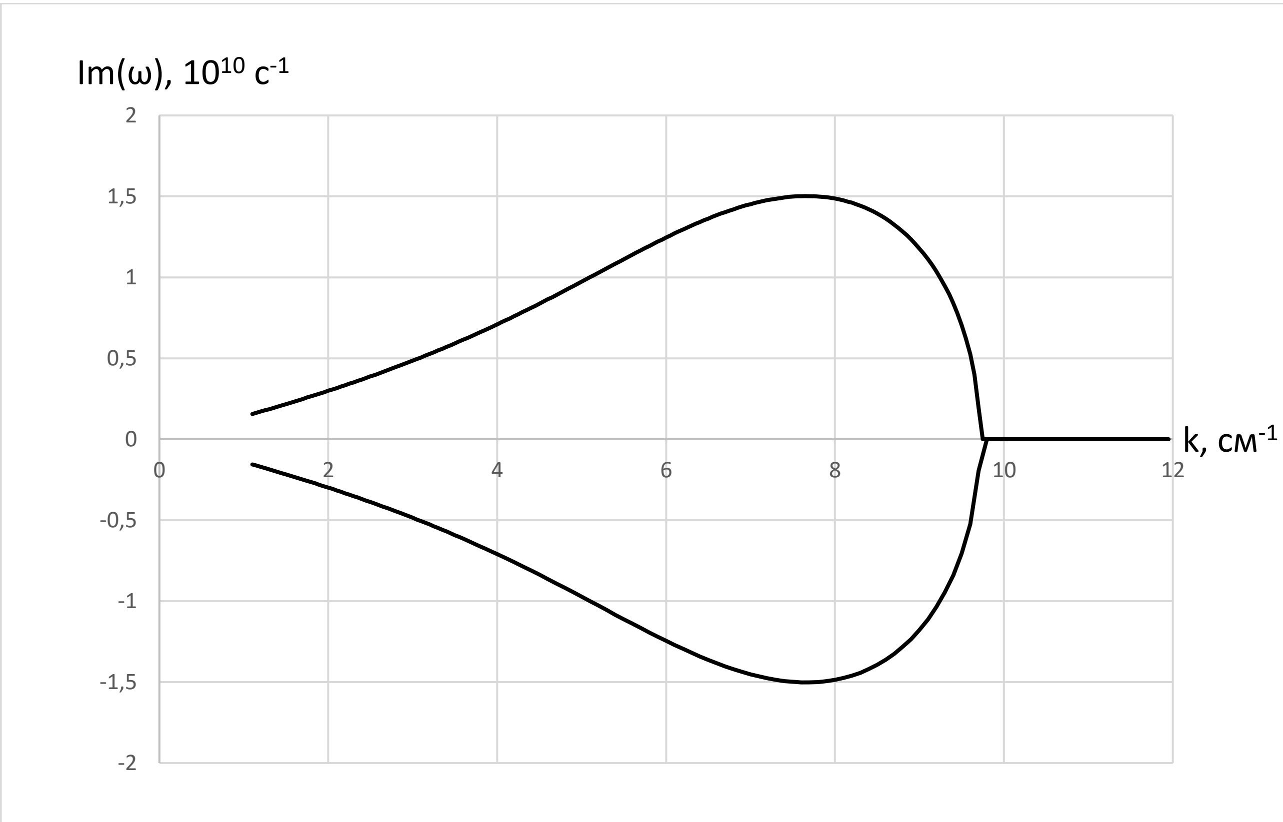


График 3. Im(ω) от k для уравнения (11)

Далее представлены результаты в случае $r_b = 1{,}2$ см

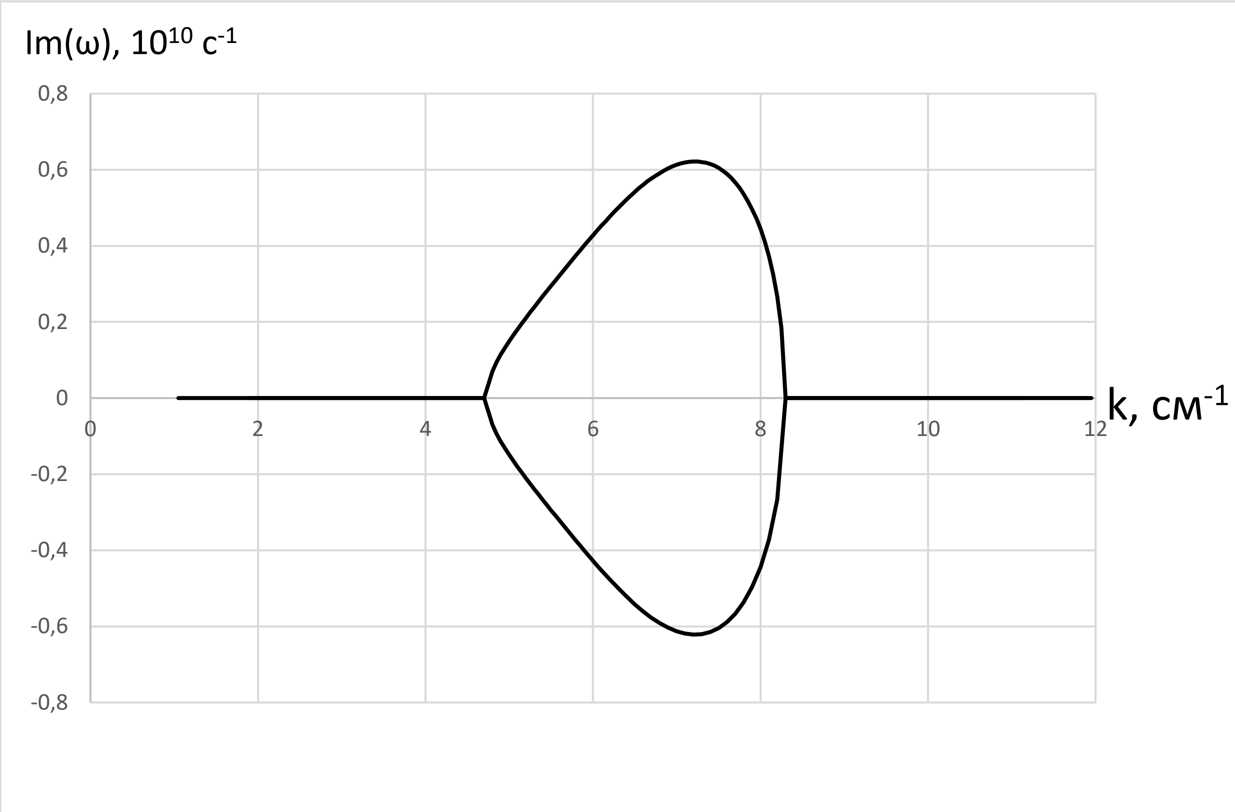


График 4. Im(ω) от k для уравнения (11)

Полученные решения можно сравнить с решением уравнения (13). Необходимо помнить, что мы предположили, что $\delta\omega$ мало, поэтому полученные результаты можно рассматривать на определенном отрезке.

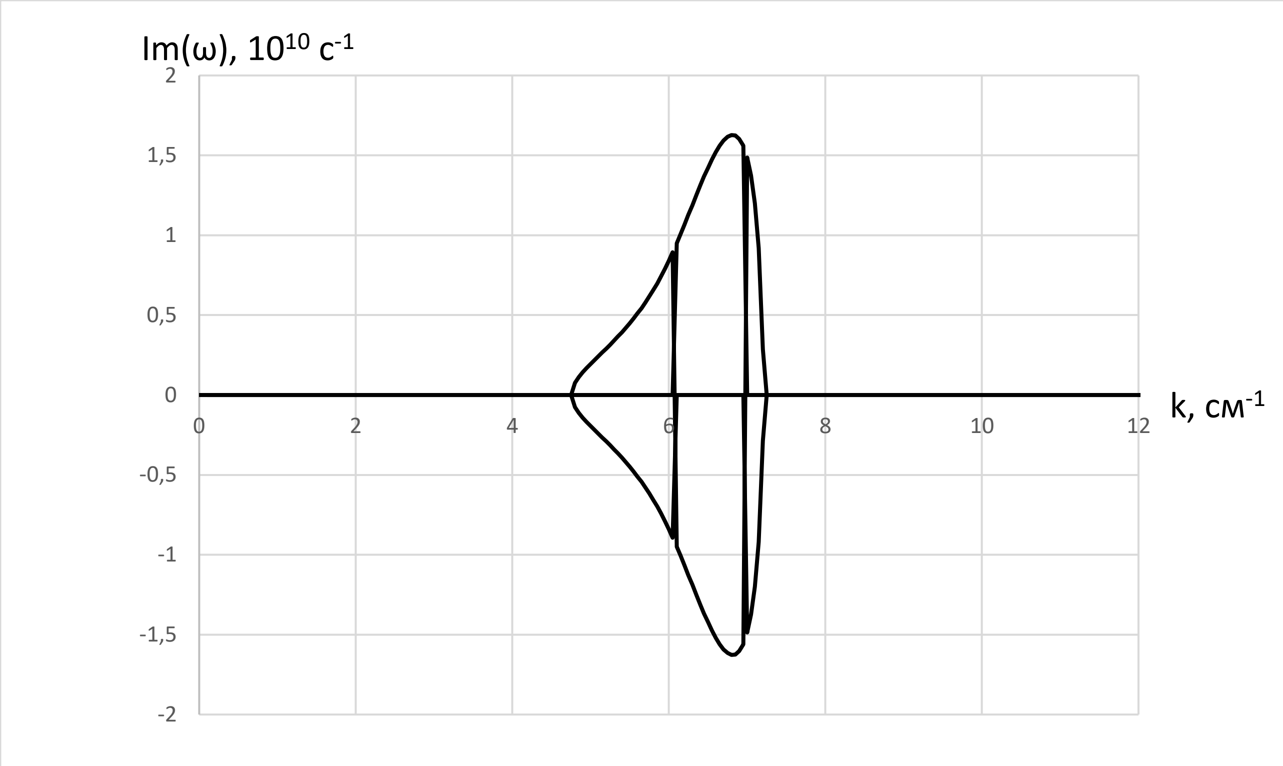


График 5. Im(ω) от k для уравнения (13)

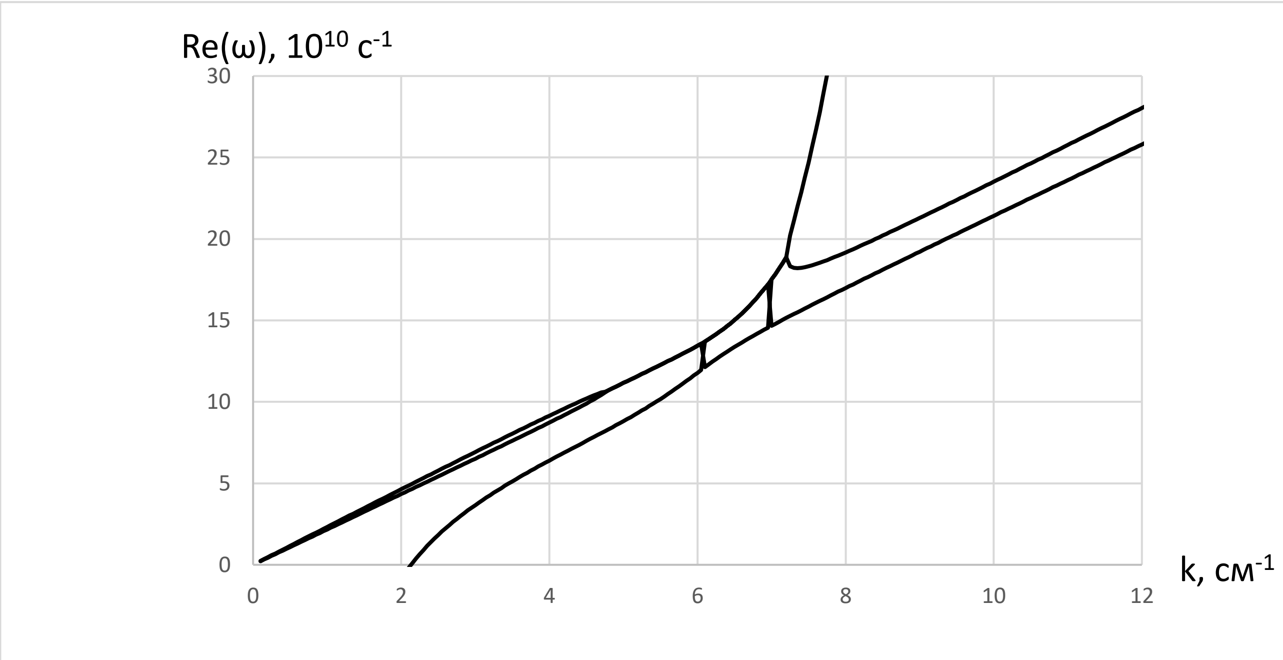


График 6. Re (ω) от k для уравнения (13)

Литература

1. Кузелев М.В. Волновые явления в средах с дисперсией. М.: ЛЕНАНД 2017 стр. 290-315
2. Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа.
3. Стрелков П.С. УФН, 2019, т. 189, вып. 5, стр. 494-517.
4. Кукушкин А. В., Рухадзе А. А., Поверхностные волны на поверхности проводящих сред и их возбуждение релятивистскими электронными пучками, 2017
5. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. Изд. 2-е, сущ. доп. М.: ЛЕНАНД, 2018, 440 с.
6. Богданкевич И.Л., Литвин В.О., Лоза О.Т. Кр. сообщ. по физике ФИАН, 2016, т.43, № 2, с. 19-24.