

## 5. Карташов И.Н., Кузелев М.В. Черенковские пучковые неустойчивости в плазме<sup>1</sup>

### I. Теоретическая часть

При прохождении электронного пучка через плазму возникает пучковая неустойчивость, в результате которой в плазме возбуждаются интенсивные ленгмюровские волны, электроны пучка теряют существенную часть энергии своего направленного движения и приобретают значительный разброс по скоростям. Перечисленные явления имеют место на начальной стадии неустойчивости и обусловлены электрон – электронными взаимодействиями посредством самосогласованного электромагнитного поля. На более поздней стадии, благодаря кулоновским столкновениям, происходит полная релаксация электронного пучка в плазме. Лабораторная работа посвящена исследованию начальной, самосогласованной, стадии пучковой неустойчивости в плазме.

Рассмотрим безграничную холодную электронную плазму, пронизываемую безграничным прямолинейным моноскоростным электронным пучком, движущимся параллельно координатной оси  $OZ$ . Электростатические возмущения в такой системе, зависящие только от времени  $t$  и координаты  $z$ , описываются следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_p}{\partial t} + v \frac{\partial f_p}{\partial z} + \frac{e}{m} E_z \frac{\partial f_p}{\partial v} &= 0, \\ \frac{\partial f_b}{\partial t} + v \frac{\partial f_b}{\partial z} + \frac{e}{m} E_z \frac{\partial f_b}{\partial v} &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi(\rho_p + \rho_b + \rho_i), \quad \rho_p = e \int f_p dv, \quad \rho_b = e \int f_b dv.$$

Здесь  $f_p(t, z, v)$  и  $f_b(t, z, v)$  – функции распределения электронов плазмы и пучка по скоростям  $v$ ,  $e$  и  $m$  – заряд и масса электрона,  $E_z(t, z)$  – составляющая самосогласованного электрического поля вдоль оси  $OZ$ ,  $\rho_p(t, z)$  и  $\rho_b(t, z)$  – плотности заряда плазмы и пучка, а  $\rho_i = \text{const}$  – плотность заряда нейтрализующего фона ионов плазмы (ионы считаем неподвижными, поскольку они значительно тяжелее электронов). В начальный момент  $t = 0$

$$\begin{aligned}f_p(0, z, v) &= f_{0p}(v) = n_{0p} \delta(v), \\ f_b(0, z, v) &= f_{0b}(v) = n_{0b} \delta(v - u),\end{aligned}\tag{2}$$

---

<sup>1</sup> © М.В. Кузелев, И.Н. Карташов, 2012.

© Физический факультет МГУ, 2012.

где  $n_{0p}$  и  $n_{0b}$  – невозмущенные плотности электронов пучка и плазмы,  $u$  – невозмущенная скорость направленного движения электронов пучка.

В линейном приближении

$$\begin{aligned} E_z(t, z) &= \tilde{E} \exp(-i\omega t + ik_z z), \\ f_p(t, z, v) &= f_{0p}(v) + \tilde{f}_p(v) \exp(-i\omega t + ik_z z), \\ f_b(t, z, v) &= f_{0b}(v) + \tilde{f}_b(v) \exp(-i\omega t + ik_z z). \end{aligned} \quad (3)$$

Линеаризуя уравнения (1) по возмущениям  $\tilde{E}$ ,  $\tilde{f}_p$ ,  $\tilde{f}_b$  и учитывая (2), можно получить следующее дисперсионное уравнение для частоты  $\omega$  и волнового числа  $k_z$  возмущений пучково–плазменной системы:

$$1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{\omega_b^2}{(\omega - k_z u)^2} = 0 \quad (4)$$

Здесь  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_{0p}/m}$  и  $\omega_b = \sqrt{4\pi e^2 n_{0b}/m}$  – ленгмюровские частоты электронов плазмы и пучка соответственно. Наличие комплексных относительно частоты  $\omega$  решений дисперсионного уравнения (4) означает неустойчивость пучково–плазменной системы. Действительно, согласно (3) возмущение поля нарастает со временем как  $\exp(\text{Im} \omega \cdot t)$ .

Дисперсионное уравнение удобно записать в безразмерных величинах  $y = \omega/\omega_p$  и  $x = k_z u/\omega_p$ :

$$1 - y^{-2} - n_0(y - x)^{-2} = 0 \quad (5)$$

где

$$n_0 = \frac{\omega_b^2}{\omega_p^2} = \frac{n_{0b}}{n_{0p}} \quad (6)$$

– отношение плотностей пучка и плазмы, являющееся одним из основных параметров лабораторной работы. При  $n_0 \ll 1$  решение уравнения (6) с максимальной мнимой частью (с максимальным инкрементом) достигается при  $x = 1$  и имеет вид

$$y = 1 + \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} (n_0/2)^{1/3} \quad (7)$$

При увеличении  $n_0$  точка максимума инкремента смещается в область  $x > 1$ . Графики решений уравнения (5) имеются в примерном отчете о выполнении работы (см. далее раздел III, Рис. 1 и 2).

Волновое число  $k_z$  не может быть взято любым. Например, если пучково–плазменная система имеет длину  $L$ , то  $k_z$  должно быть кратным величине  $k_0 = CL^{-1}$ , где постоянная  $C$  (она порядка нескольких единиц) определяется граничными условиями при  $z = 0$  и  $z = L$ . В случае периоди-

ческих граничных условий  $C = 2\pi$ . Величина  $k_0$ , которую назовем основным волновым числом, является вторым важным параметром лабораторной работы. Напряженность электрического поля в пучково–плазменной системе имеет вид

$$E_z(t, z) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (E_n(t) \exp(ink_0 z) + E_n^*(t) \exp(-ink_0 z)). \quad (8)$$

Такую же структуру имеют и возмущения плотностей электронов пучка и плазмы, а именно:

$$\begin{aligned} \tilde{n}_p(t, z) &= n_{0p} \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (\rho_{pn}(t) \exp(ink_0 z) + \rho_{pn}^*(t) \exp(-ink_0 z)), \\ \tilde{n}_b(t, z) &= n_{0b} \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (\rho_{bn}(t) \exp(ink_0 z) + \rho_{bn}^*(t) \exp(-ink_0 z)). \end{aligned} \quad (9)$$

Коэффициенты  $E_n(t)$ ,  $\rho_{pn}(t)$ ,  $\rho_{bn}(t)$  называются комплексными амплитудами пространственных гармоник возмущений поля и плотностей. Амплитуды гармоник плотностей нормированы так, что при полной модуляции пучка (или плазмы) будет  $|\rho_{bn}| \approx 1$  (или  $|\rho_{pn}| \approx 1$ ). Максимальное число пространственных гармоник  $N$  в принципе равно бесконечности. Поскольку в лабораторной работе пучковая неустойчивость исследуется численно, то  $N$  задается конечным, но не большим 50.

Вместо  $k_0$  удобнее использовать безразмерную величину

$$\Delta = \frac{k_0 u}{\omega_p}. \quad (10)$$

Но в работе задается не величина (10), а параметр

$$n_{рез.} = \frac{k_{z\max}}{k_0}. \quad (11)$$

где  $k_{z\max}$  – значение волнового числа, при котором достигается максимум линейного инкремента неустойчивости. Величина (11) не обязательно является целой, но не может превосходить максимального числа пространственных гармоник  $N$ .

При моделировании развития неустойчивости важную роль играет величина начальных флуктуаций в пучке. Относительная величина этих флуктуаций определяется параметром хаотичности.

Основой лабораторной работы является численное моделирование нелинейной динамики пучковой неустойчивости в плазме. Решается система уравнений (1). Используется метод крупных частиц, детали которого, а тем более алгоритм и компьютерные программы, обсуждать здесь не имеет смысла.

## II. Программное обеспечение и порядок выполнения работы

Программное обеспечение лабораторной работы содержится в папке BEAM\_PLASMA и включает следующий набор файлов:

Project\_Incr.exe – программа для вычисления и записи на диск зависимости от продольного волнового числа  $k_z$  комплексной частоты  $\omega = \text{Re } \omega + i \text{Im } \omega$ ; результатом работы программы являются файлы dt1.dat и increm.txt;

Projec\_Data.exe – программа для обновления и записи на диск файла начальных данных, необходимых для выполнения основной программы; результатом работы программы является обновленный файл modes.dat;

modes.dat – файл начальных данных;

Instabil.exe – основная программа, которая вычисляет и записывает на диск все основные параметры и характеристики динамики пучковой неустойчивости в плазме; файлы, создаваемые в результате работы основной программы, приведены в таблице

Имя файла	Содержание файла	Примечание
Disp.txt	Зависимость от $k_z$ действительных частот $\omega$ .	Записывается на диск автоматически
Amplp.txt	Зависимости от времени амплитуд гармоник плазменной волны; зависимость от времени эффективности	Записывается на диск автоматически в процессе вычислений
Amplb.txt	Зависимости от времени амплитуд гармоник пучковой волны	Записывается на диск автоматически в процессе вычислений
*bm.txt	Фазовая плоскость электронов пучка	Записывается на диск по указанию пользователя в моменты времени “*”
*pl.txt	Фазовая плоскость электронов пучка; спектр плазменных волн	Записывается на диск по указанию пользователя в моменты времени “*”
Instab.txt	Фиксатор даты и данных выполнения работы	Записывается автоматически по окончании работы основной программы

Start.bat – командный файл для запуска основной программы;

Graph.tpu – стандартная графическая библиотека;

Mode\_dis.tpu – библиотека процедур и функций, используемых ос-

новой программой;

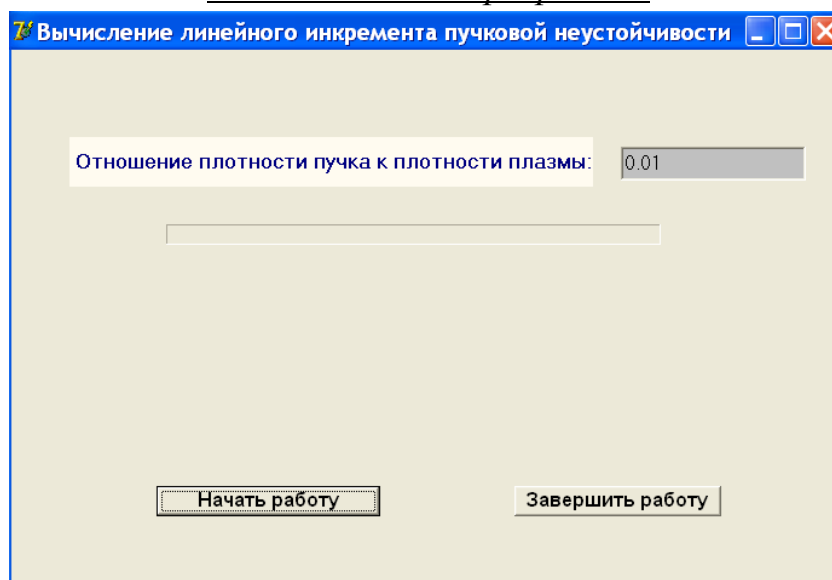
Egavga.bgi – драйвер для управления графическим режимом;

Rus.com – программа – русификатор;

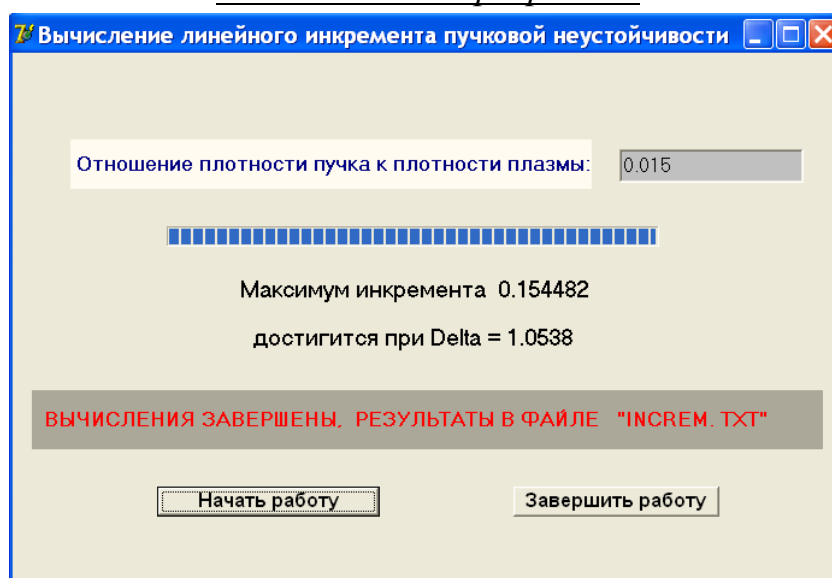
При выполнении работы необходимо придерживаться следующей схемы:

1. Получить у преподавателя параметры задачи: отношение плотности электронов пучка к плотности электронов плазмы; общее число пространственных гармоник начального возмущения; номер пространственной гармоники начального возмущения, находящейся в черенковском резонансе с пучком;
2. Запустить на выполнение программу Project\_Incr.exe;
- 3.

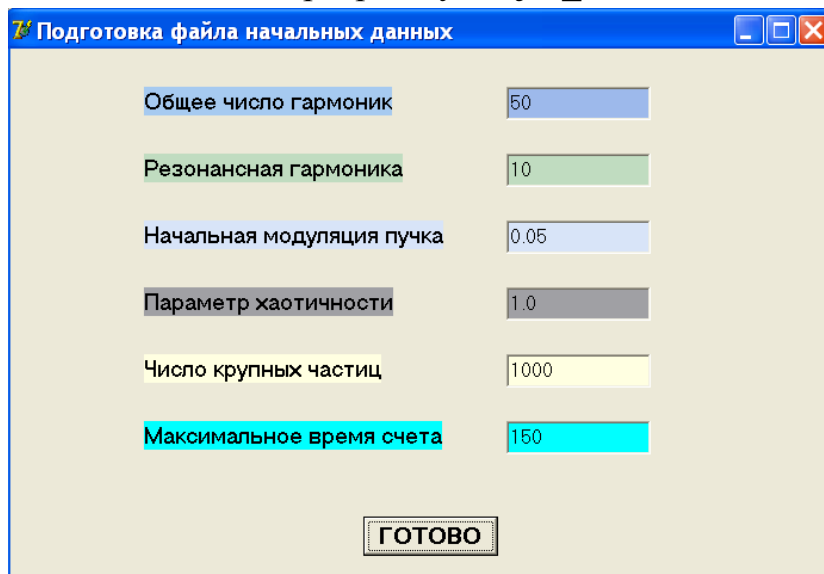
### Начальное окно программы



### Конечное окно программы



4. Запустить на выполнение программу Projec\_Data.exe;



5. Для запуска основной программы Instabil.exe поставить на выполнение командный файл Start.bat;
6. В процессе работы основной программы наблюдать на первом графическом экране временную динамику амплитуд. Переходя ко второму графическому экрану (клавиша ↵), просматривать фазовые плоскости электронов и спектры плазменных волн. Записывать (клавиша F2) фазовые плоскости и спектры на диск;
7. Стандартными средствами Windows обработать записанные на диск данные.

### **III. Примерное содержание отчета о выполнении работы**

#### 1. Основные исходные данные:

Иванов Сергей Михайлович, гр. 423

The ratio of densities nb/np:  $n_0 = 1.500E-02$

The main wave number  $kz \cdot u / \omega_p$ :  $\delta = 0.351$

The level of initial modulation:  $\alpha = 0.050$

The maximum time of process:  $t_{max} = 100.000$

The number of harmonics:  $n_g = 10$

The number of particles:  $n = 1000$

Parameter of beam chaotization:  $haos = 1.000$

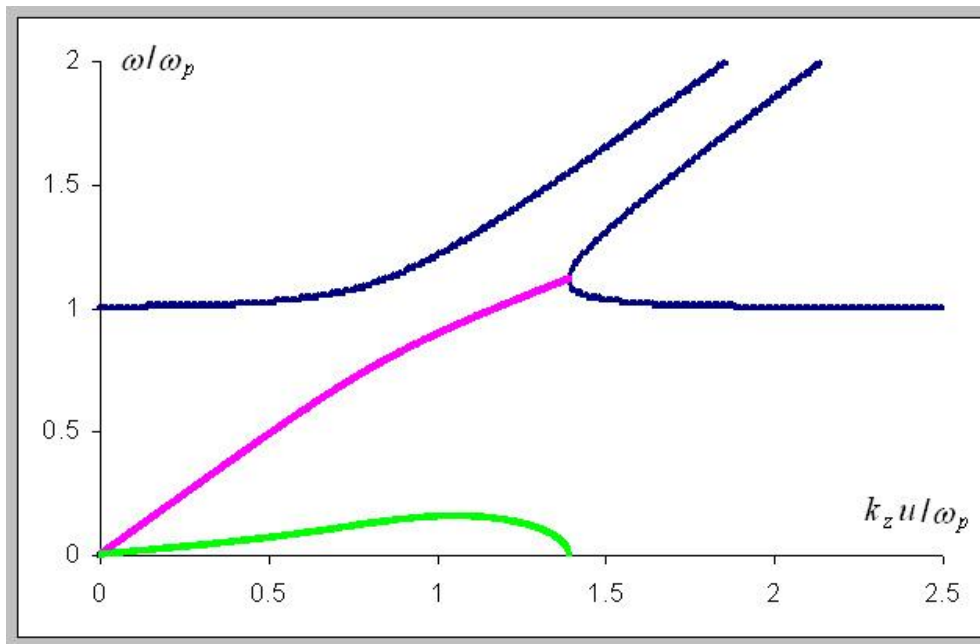
\*\*\*\*\*

Date of work: 2006:7:31:1

Start of main code: 18:39:51

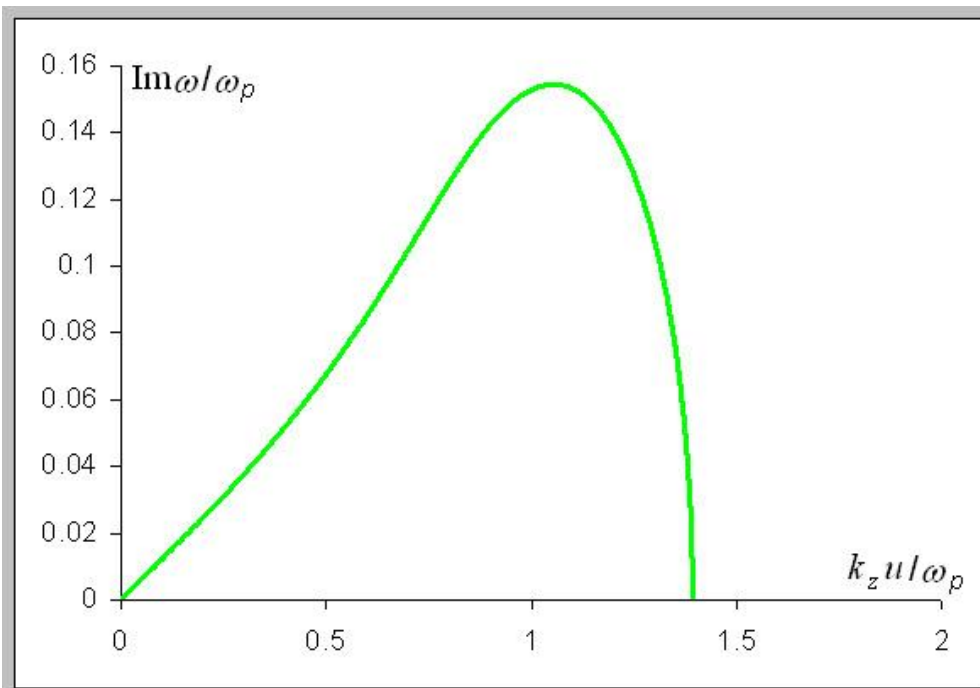
End of main code: 18:46:22

## 2. Комплексные дисперсионные кривые:



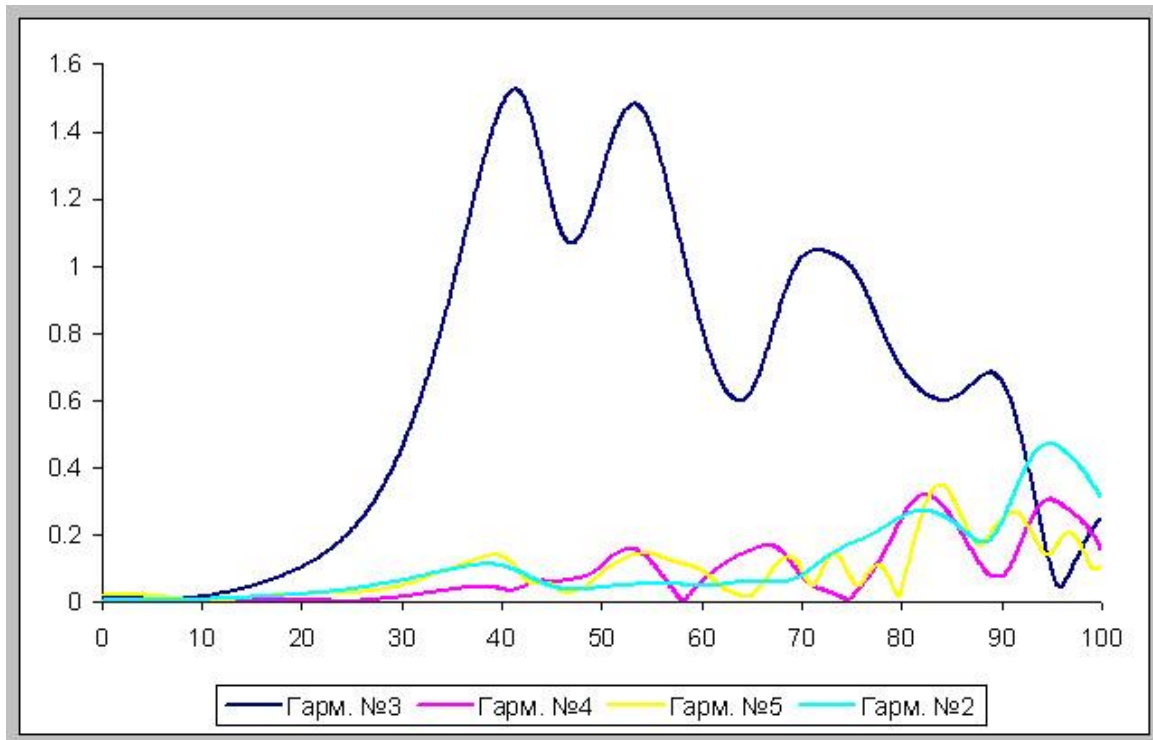
На рисунке изображены:

1. чисто действительное решение дисперсионного уравнения – синий цвет;
  2. действительная часть комплексного решения – фиолетовый цвет;
  3. мнимая часть комплексного решения – зеленый цвет.
3. Инкремент неустойчивости:

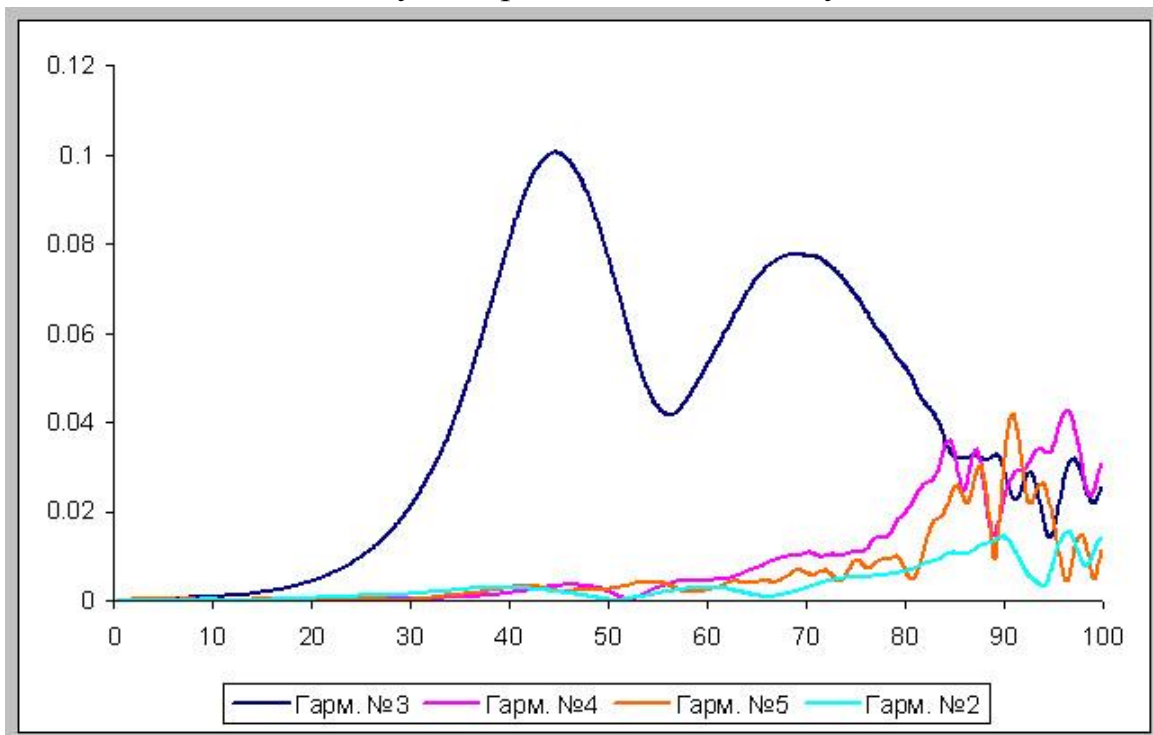


Максимум инкремента  $\frac{\text{Im} \omega}{\omega_p} = 0,154482$  достигается при  $\frac{k_z u}{\omega_p} = 1,0538$ .

#### 4. Нелинейная динамика неустойчивости:

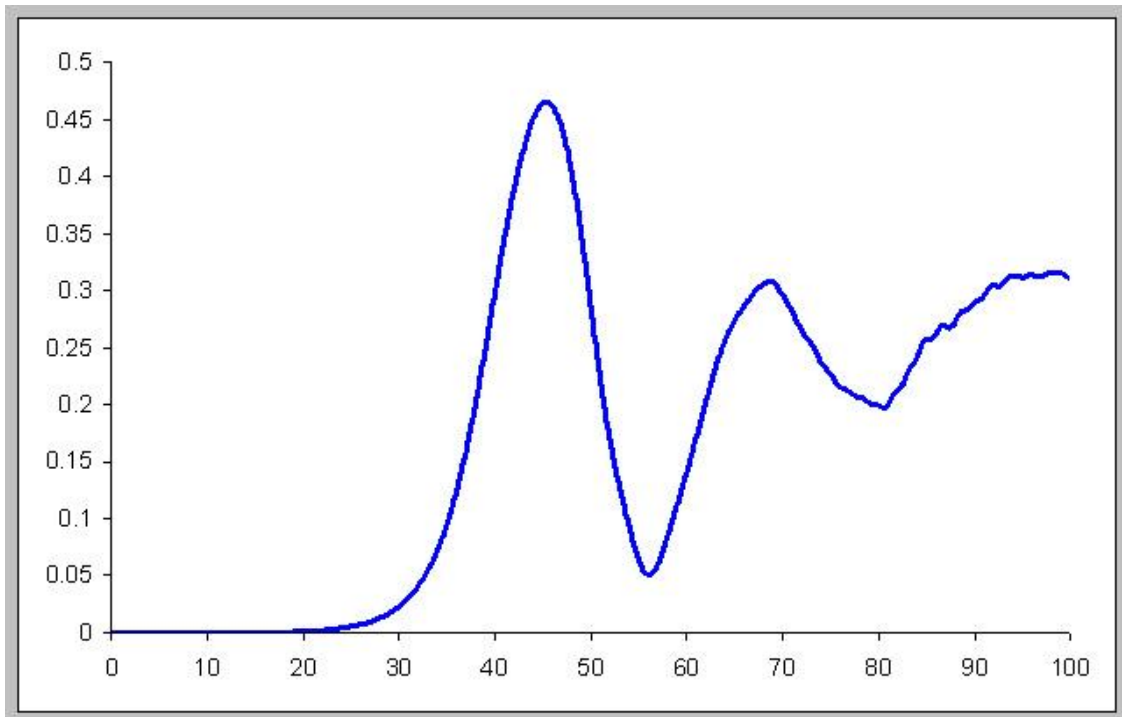


Амплитуды гармоник плотности пучка

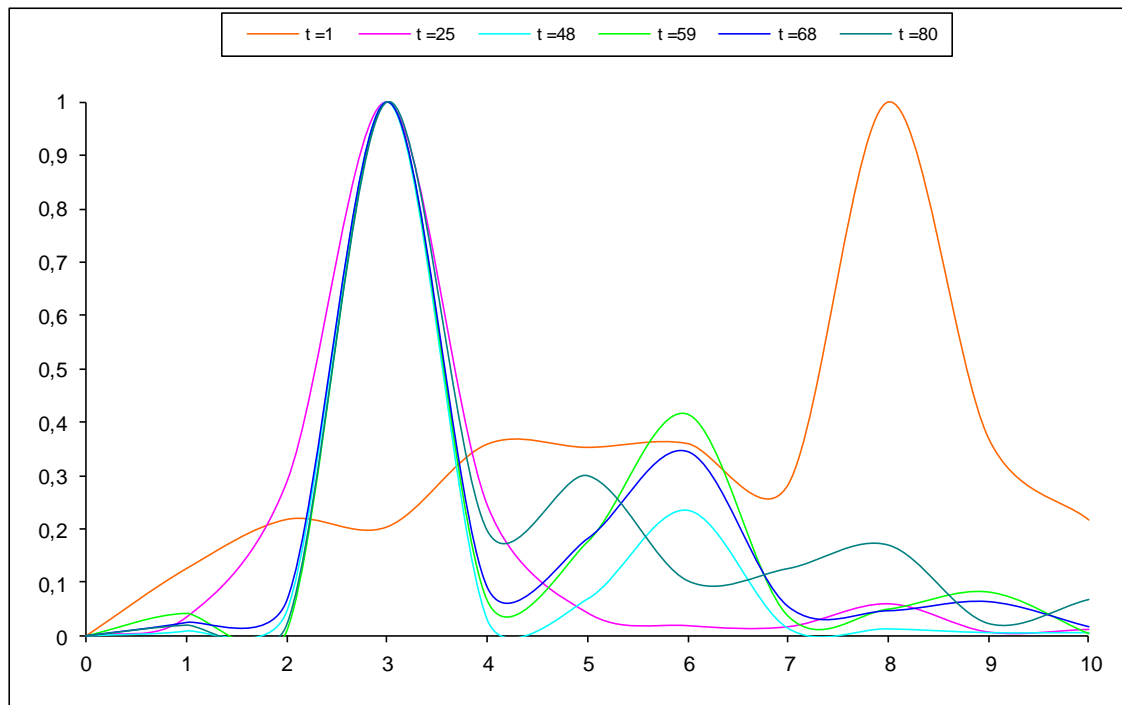




## Амплитуды гармоник плазменной волны



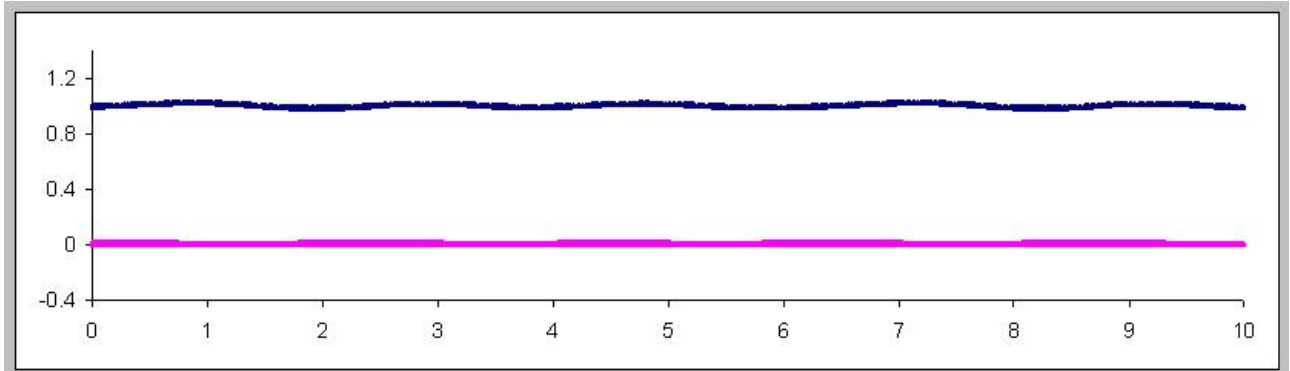
## Эффективность возбуждения плазменных колебаний



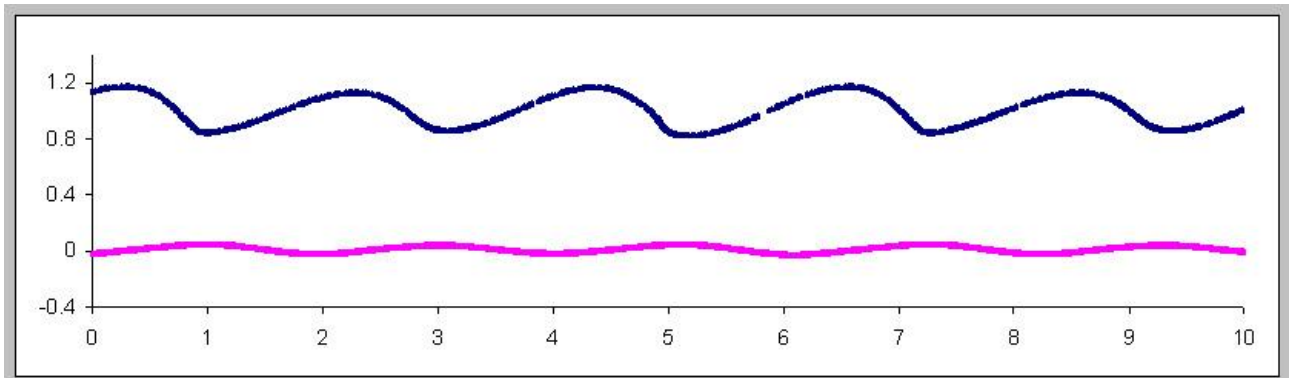
## Спектры возбужденных плазменных колебаний

### 5. Динамика частиц – фазовые плоскости:

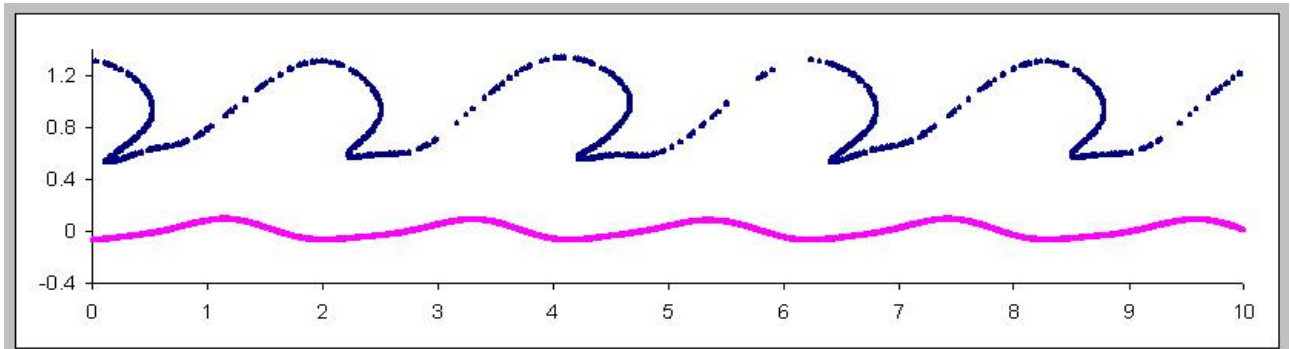
Электроны пучка – синий цвет; электроны плазмы – фиолетовый цвет.



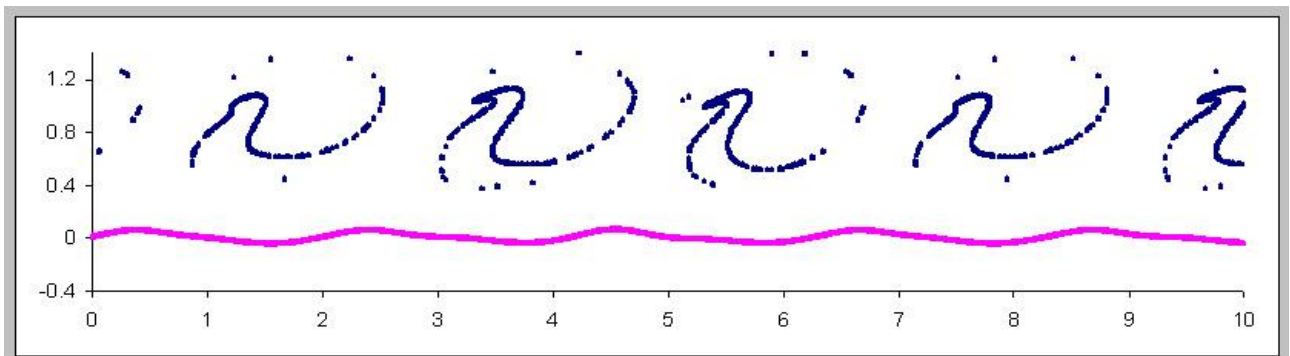
$\tau = 25$



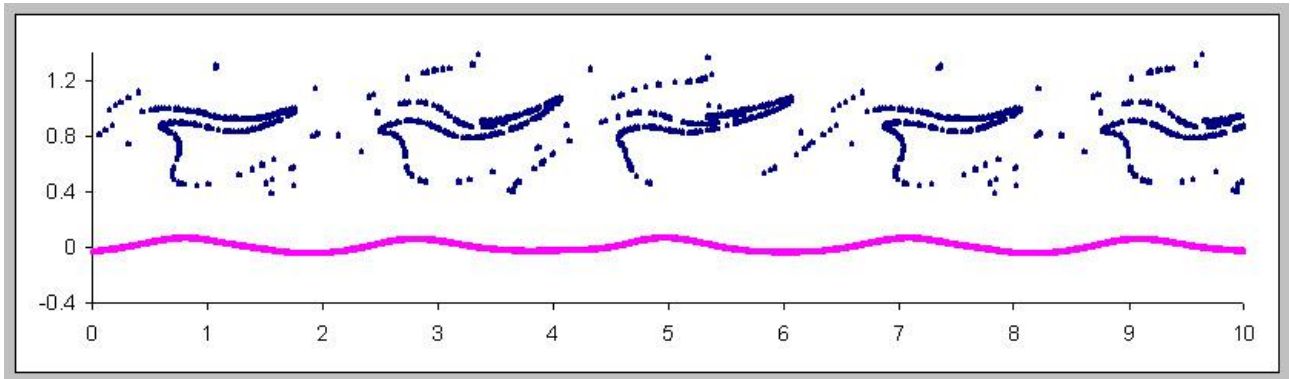
$\tau = 40$



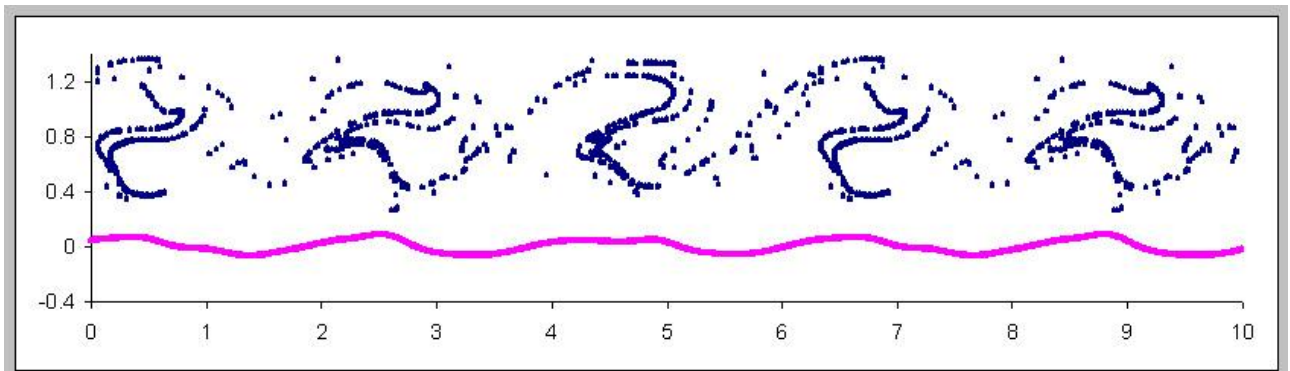
$\tau = 48$



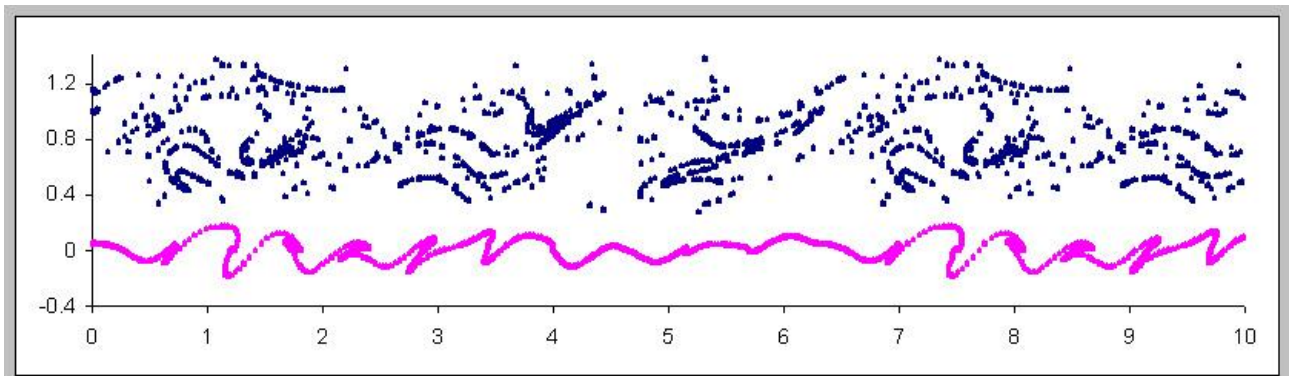
$\tau = 59$



$\tau = 68$



$\tau = 80$



$\tau = 100$

## Литература

1. Александров А.Ф., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988, §6.3.
2. Кузелев М.В., Рухадзе А.А. Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990, §§ 8, 9, 13, 14.
3. Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С. Плазменная релятивистская СВЧ – электроника. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002, §§ 4.1, 7.5.