



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. М.В.ЛОМОНОСОВА

**ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ФИЗИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ**

**СПЕЦИАЛЬНЫЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ
ЛАБОРАТОРИИ ГАЗОВЫХ РАЗРЯДОВ**

Исследование свойств плазмы с помощью волн СВЧ

С.А. Двинин

Москва - 2022

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| § 1. ТЕОРИЯ | 4 |
| § 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И ЕЕ ЭЛЕМЕНТЫ | 7 |
| § 3. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ | 14 |
| § 4. ЗАМЕЧАНИЯ К ПРОВЕДЕНИЮ ИЗМЕРЕНИЙ (ОЧЕНЬ ВАЖНО) | 16 |
| § 5. УПРАЖНЕНИЯ | 17 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ I. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ ПЛАЗМЫ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СЕЧЕНИЯ УПРУГИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ОТ СКОРОСТИ ЭЛЕКТРОНА. | 19 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ II. РАСЧЕТ ПОСТОЯННОЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ В КРУГЛОМ ВОЛНОВОДЕ | 21 |
| ПРИЛОЖЕНИЕ III. РАСЧЕТ ПОСТОЯННОЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНЫ В ВОЛНОВОДЕ С ПОМОЩЬЮ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ | 23 |
| ЛИТЕРАТУРА | 24 |
| КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ | 25 |

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПЛАЗМЫ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СВЧ ДИАПАЗОНА

С помощью электромагнитных волн трехсантиметрового диапазона измеряются параметры газоразрядной плазмы.

§ 1. Введение

Взаимодействие плазмы с полем сверхвысокочастотной волны лежит в основе работы многих сверхвысокочастотных (СВЧ) приборов с электрически управляемыми параметрами, тесно связано с проблемой нагрева и удержания плазмы СВЧ полем, а также с задачей устойчивой радиосвязи с космическими кораблями и ракетами. СВЧ метод исследования некоторых характеристик плазмы имеет ряд преимуществ по сравнению с другими известными способами изучения плазмы.

Прохождение зондирующей СВЧ волны не приводит к возмущению исследуемой плазмы вследствие малой амплитуды последней. Другая особенность СВЧ метода – в малой инерционности, что позволяет использовать его при большой скорости изменения состояния плазмы (развитие электрического пробоя, распад плазмы, мощные импульсные разряды и др.). Использование лазеров дало возможность успешно исследовать плазму с высокой концентрацией электронов.

В настоящей работе изучается связь между параметрами плазмы (концентрация электронов, частота столкновений электронов с атомами газа) и характеристиками СВЧ волны в волноводе с плазмой (фазовый сдвиг и затухание). Объектом исследования служит плазма электрического разряда низкого давления, питаемого постоянным током (рис. 1).

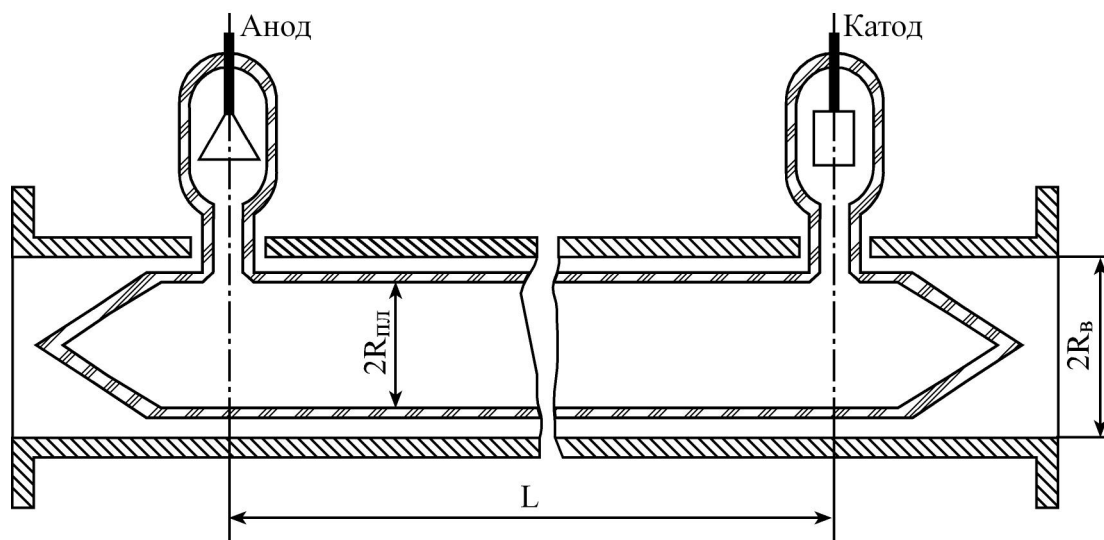


Рис. 1. Волновод с разрядной трубкой в разрезе. Размеры: $L=46$ см, $R_{пл}=1,3$ см, $R_к=1,5$ см

Время прохождения СВЧ волны через область, занимаемую плазмой $\tau \sim 2L/c$, в прямом и обратном направлениях очень мало по сравнению с характерными вре-

менами процессов в плазме, определяемых скоростями диффузии зарядов к стенкам и ионизации атомов газа. Это позволяет наблюдать нестационарные процессы в плазме разряда низкого давления, поддерживаемого током, изменяющимся во времени.

§ 2. Теория

1. Связь комплексной проводимости плазмы с концентрацией электронов и частотой их столкновений с атомами газа. Возможность исследования плазмы СВЧ методом основана на том, что плазма представляет собой среду с диэлектрической проницаемостью, отличающейся от диэлектрической проницаемости вакуума [1]. Как показано в Приложении I:

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi n e^2}{m(\omega^2 + \nu_{en}^2)} \left(1 - \frac{i\nu_{en}}{\omega} \right) F. \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\nu}_{en}}{\omega} &= \frac{\int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 \nu_{en}}{(\omega^2 + \nu_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}}{\int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 \omega}{(\omega^2 + \nu_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}}, & F &= \left(1 + \frac{\tilde{\nu}_{en}^2}{\omega^2} \right) \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 \omega^2}{(\omega^2 + \nu_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} = \\ & & &= \frac{\omega}{\tilde{\nu}_{en}} \left(1 + \frac{\tilde{\nu}_{en}^2}{\omega^2} \right) \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 \omega \nu_{en}}{m(\omega^2 + \nu_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} \end{aligned} \quad (2)$$

Для таких газов, как водород, гелий и пары ртути, частота столкновений не зависит от скорости в широком диапазоне скоростей электронов, т. е. $\nu = \text{const}$. Для них

$$\frac{\tilde{\nu}_{en}}{\omega} = \frac{\nu}{\omega}, \quad F = 1.$$

Таким образом

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi n e^2}{m(\omega^2 + \nu_{en}^2)} + \frac{4\pi n e^2}{m(\omega^2 + \nu_{en}^2)} \frac{i\nu_{en}}{\omega}. \quad (1')$$

Мнимая составляющая диэлектрической проницаемости $\text{Im} \varepsilon$ приводит к уменьшению амплитуды волны, т.е. ее затуханию. Отличие действительной части диэлектрической проницаемости от единицы обуславливает изменение скорости распространения волны и приводит к возникновению сдвига фазы волны, распространяющейся в волноводе с плазмой, относительно волны, проходящей через волновод без плазмы.

Максимум поглощения электромагнитного поля соответствует такому давлению газа, при котором эффективная частота столкновений электронов ν равна частоте поля. При этом давлении имеются наиболее благоприятные условия диссипации энергии электромагнитной волны в плазме. С уменьшением частоты поля ω при постоянном давлении газа реактивная часть проводимости плазмы,

$$\sigma = \frac{n e^2 \nu_{en}}{m(\omega^2 + \nu_{en}^2)} + i \frac{n e^2 \omega}{m(\omega^2 + \nu_{en}^2)}. \quad (2)$$

связанной с диэлектрической проницаемостью соотношением

$$\sigma = \frac{i\omega}{4\pi}(\varepsilon - 1). \quad (3)$$

σ_i стремится к нулю, а активная часть σ_r приближается к значению проводимости в постоянном электрическом поле $e^2 n_e / m\nu$.

Если выполнено условие $\nu^2 \ll \omega^2$ (случай низких давлений газа или высоких частот поля), то в соответствии с (1) для любого газа диэлектрическую проницаемость плазмы можно представить в виде

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi n e^2}{m\omega^2} \left(1 - i \frac{\nu_{eff}}{\omega} \right). \quad (4)$$

где $\nu_{eff} = \frac{8}{3\pi} \int_0^\infty \nu(u) u^4 \exp(-u^2) du$ — частота столкновений ν , усредненная по всем скоростям [1]. При записи диэлектрической проницаемости в форме (1) мы не учитывали влияния давления электронов и резонансного взаимодействия волн с электронами (затухания Ландау). Таким образом в данной задаче мы используем приближение холодной плазмы.

2. Постоянная распространения СВЧ волн в плазме. Распространение волны в среде характеризуется постоянной распространения γ , которая есть комплексная величина:

$$\gamma = \alpha + i\beta. \quad (5)$$

Здесь α — постоянная затухания и определяет степень уменьшения амплитуды волны вследствие взаимодействия со средой, заполняющей волновод, и со стенками волновода (в дальнейшем затухание СВЧ волны в стенках волновода не будем принимать во внимание). Фазовая постоянная β характеризует скорость перемещения фронта монохроматической волны по волноводу и зависит от проводимости вещества, заполняющего волновод (влиянием материала стенок также будем пренебрегать).

Мгновенные значения напряженности электрического и магнитного полей СВЧ волны в момент t в точке r характеризуются выражением

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}(r, \varphi) \exp(-i\omega t + \gamma z), \quad \mathbf{H}(t) = \mathbf{H}(r, \varphi) \exp(-i\omega t + \gamma z).$$

Введение в волновод плазмы приводит к изменению и фазовой постоянной β , и постоянной затухания α . Исходные уравнения для определения α и β — уравнения электромагнитного поля Максвелла [2]:

$$\text{rot} \mathbf{E} - i \frac{\omega}{c} \mathbf{H} = 0, \quad \text{rot} \mathbf{H} + i \frac{\omega}{c} \varepsilon \mathbf{E} = 0, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{j} — комплексная амплитуда плотности СВЧ тока, \mathbf{E} и \mathbf{H} — амплитуды напряженности электрического и магнитного полей. Граничные условия предполагают бесконечно большую проводимость стенок волновода.

В соответствии с выражением (1) действительная часть диэлектрической проницаемости плазмы может изменяться в широких пределах от 1 до $-\infty$. При этом характеристики волны меняются в широких пределах (Приложение II). Для не полностью заполненного плазмой волновода и тонкой стеклянной трубки всю область концентраций электронов можно разделить на три части:

1. Область малых плотностей электронов ($\text{Re}\varepsilon > 0$) – в которой распространяются объемные волны.

2. Область в которой волны не распространяются ($0 > \text{Re}\varepsilon > -1$).

3. Область распространения поверхностной волны ($\text{Re}\varepsilon < -1$).

В области 1 постоянная распространения меньше (а волна длиннее), чем в вакууме, а в третьем выполнено обратное соотношение. Для длинного плазменного столба в области 2 сигнал, прошедший плазму, очень мал и точное определение плотности плазмы затруднено.

В данной работе мы будем исследовать плазму малой плотности ($1 - \text{Re}\varepsilon \ll 1$). В этом случае для расчета постоянной распространения можно использовать теорию возмущений. Из решения системы уравнений (6) с применением метода малых возмущений в первом приближении получается

$$\Delta\gamma = \gamma - \gamma_0 = \Delta\alpha + i\Delta\beta, \quad \Delta\beta = k \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{\int_{S_w} (\text{Re}\varepsilon - 1) E_0^2 dS}{\int_{S_w} |E_0|^2 dS}, \quad \Delta\alpha = k \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{\int_S \text{Im}\varepsilon E_0^2 dS}{\int_S |E_0|^2 dS} \quad (7)$$

Здесь $k = \omega/c = 2\pi/\lambda_0$, E_0 — амплитуда напряженности поля основной волны в волноводе без плазмы; $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ — изменение фазовой постоянной и затухания, вызываемые плазмой $\text{Re}\varepsilon$ и $\text{Im}\varepsilon$ — активная и реактивная составляющие проводимости плазмы. Интегрирование проводится по поперечному сечению волновода S_w . λ_w и λ_0 — длины волн в волноводе и в свободном пространстве.

Из (7) и (6) можно получить

$$\Delta\beta = C_F \frac{k}{n_c} \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{S_{pl}}{S_w} \frac{\omega^2}{\omega^2 + v_{en}^2} \bar{n}_e, \quad \Delta\alpha = \frac{v_{en}}{\omega} \Delta\beta. \quad (8)$$

Здесь —

$$\bar{n}_e = \frac{1}{S_{pl}} \int_{S_{pl}} n_e dS, \quad n_c = m\omega^2/4\pi e^2. \quad (9)$$

концентрация электронов, усредненная по сечению области волновода S_{pl} , занимаемой плазмой. Коэффициент C_F (называемый форм-фактором) характеризует степень взаимодействия плазмы и волны, распространяющейся по волноводу. Он зависит от конфигурации СВЧ поля в волноводе и распределения по сечению плазмы концентрации электронов:

$$C_F = \frac{S_w \int_{S_{pl}} n_e |E_0|^2 dS}{\int_{S_w} n_e dS \int_{S_w} |E_0|^2 dS}. \quad (10)$$

Зависимость форм-фактора C_F от радиуса плазменного столба R_{pl} расположенного вдоль оси круглого волновода радиуса R_b , приведена на рис. 2 для двух различных распределений концентрации электронов по сечению трубки с плазмой.

Из (8) следует, что для определения хотя бы одного из параметров плазмы (n_e или v_{en}) необходимы измерения и фазового сдвига $\Delta\beta$, и приращения затухания $\Delta\alpha$. Если условия в плазме таковы, что выполнено соотношение $v_{en}^2 \ll \omega^2$, то формулы (8) упрощаются:

$$\Delta\beta = C_F \frac{k}{n_c} \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{S_{pl}}{S_w} \bar{n}_e, \quad \Delta\alpha = \frac{v_{en}}{\omega} \Delta\beta. \quad (8')$$

Отсюда следует возможность определения n_e на основании измерения только фазового сдвига $\Delta\beta$. Из формул (8) вытекают следующие выражения для диэлектрической проницаемости:

$$\Delta\beta = C_F \frac{k}{n_c} \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{S_{pl}}{S_w} \frac{\omega^2}{\omega^2 + v_{en}^2} \bar{n}_e$$

$$v_{en} = \omega \frac{\Delta\alpha}{\Delta\beta}, \quad \bar{n}_e = n_c \frac{\Delta\beta}{k} \left(1 + \frac{v_{en}^2}{\omega^2} \right) \frac{S_w}{S_{pl}} \frac{2\lambda_0}{\lambda_w} \frac{1}{C_A}. \quad (8'')$$

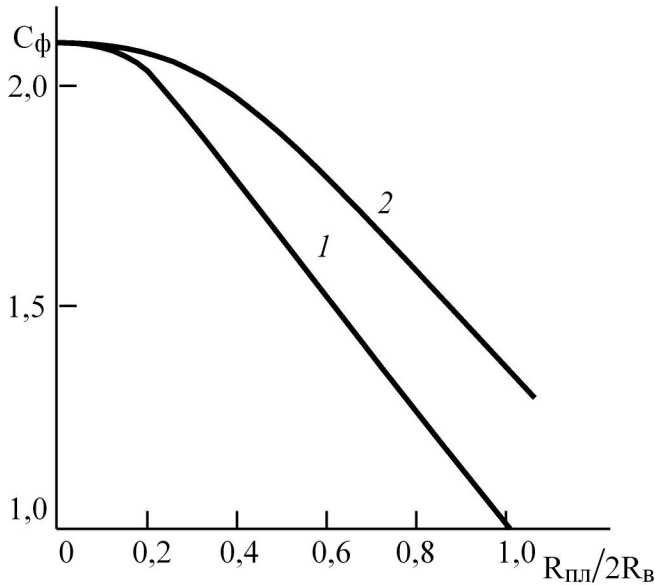


Рис. 2. Форм-фактор C_F для цилиндрического волновода, содержащего цилиндрический столб плазмы: 1 — для однородного распределения концентрации электронов $n_e(r) = \text{const}$; 2 — для распределения концентрации электронов $n_e(r) = n_0 J_0(2,4r/R_{pl})$

Таким образом, в первом приближении фазовый сдвиг СВЧ волны пропорционален концентрации электронов. Затухание, вносимое плазмой, также пропорционально концентрации электронов, но, кроме того, зависит от частоты столкновений электронов, т.е. от механизма передачи энергии от электронов частицам среды.

Формулы первого приближения (8) и (8') справедливы лишь для концентраций электронов в плазме n_e удовлетворяющих условию

$$n_e < (0.1 - 0.3)n_c, \quad (8'')$$

где $n_c = \frac{m\omega^2}{4\pi e^2} \approx 1.24 \cdot 10^{10} f^2 \text{ (GHz)}$ — критическая концентрация, при которой собственная частота плазменных колебаний электронов равна частоте СВЧ поля (ω — циклическая частота поля), а действительная часть диэлектрической проницаемости равна нулю.

При больших n_e нельзя пренебрегать искажением плазмой СВЧ поля основной волны. Приближенность формул (8) и (8') связана также с тем, что они получены без учета влияния стеклянного баллона на распределение СВЧ поля в волноводе.

При расчете n_e и v_{eff} из (8) и (8') предполагается, что эти параметры постоянны вдоль длины плазменного столба. Описанный выше волноводный метод не дает также информации о радиальном распределении $n_e(r)$ и $v(r)$ и предполагает его

известным из других методов измерений или теоретических расчетов. Получить сведения о $n_e(r)$ и $v(r)$ можно, зондируя плазму в волноводе СВЧ волнами различных типов (мод) или разных частот. Такая методика связана с техническими трудностями.

В плазме положительного столба разряда низкого давления [3], если не происходит сжатия разряда по оси (контрагирования), можно считать что температура электронов, плотность нейтрального газа и, следовательно, частота столкновений электронов с нейтральными частицами не зависят от координат. В этом случае выполнены условия применимости теории Шоттки положительного столба газового разряда и радиальная зависимость плотности электронов имеет вид

$$n_e(r) = n_{e0} J_0 \left(\frac{2.4r}{R_{pl}} \right).$$

Если $n_e(r) = n_{e0} J_0 \left(\frac{2.4r}{R_{pl}} \right)$, то, измерив среднее по сечению плазмы значение n_e ,

можно рассчитать концентрацию электронов на оси разряда n_{e0} . Число электронов в сечении цилиндрического столба плазмы длиной 1 см N есть:

$$N = n_{e0} \int_0^{R_{pl}} r dr J_0 \left(\frac{2.4r}{R_{pl}} \right) \approx 1.36 R_{pl}^2 n_{e0}.$$

Отсюда

$$\bar{n}_e = \frac{N}{\pi R_{pl}^2} = 0.434 n_{e0}, \text{ или } n_{e0} = 2.31 \bar{n}_e$$

§ 3. Экспериментальная установка и ее элементы

Объект исследования — плазма положительного столба разряда низкого давления с накалимым катодом. Разряд создается в стеклянной трубке, которая помещена в специальный разборный волновод. Для измерений в трехсантиметровом диапазоне волн используется волновод круглого сечения диаметром 3 см (волна H_{11}). В прямоугольном волноводе (и измерительной линии) СВЧ энергия передается в виде волны H_{10} . Между круглым и прямоугольным волноводами расположены специальные переходники, обеспечивающие преобразование волны H_{10} прямоугольного волновода в волну H_{11} круглого волновода (и наоборот) с отсутствием отражений. Катод и анод выведены из волновода с помощью отростков, чтобы исключить их влияние на СВЧ сигнал. Трубка имеет внутренний диаметр $R_{pl}=2.6$ см и рабочую длину $L = 46$ см, которая в несколько раз больше длины СВЧ волны в пустом круглом волноводе $\lambda_w \sim 6.8$ см (рис. 1). Трубка заканчивается полуволновыми скосами для уменьшения отражения СВЧ волны от концов.

Схема установки представлена на рис. 3, а ее фотография – на рис. 4. СВЧ генератор (рис. 3, 4, 5) генерирует электромагнитную волну частотой около 10 ГГц. Для защиты генератора от отраженной мощности в тракт включен ферритовый циркулятор¹ 2. Измерительная линия ИЛ-1 предназначена для измерения

¹ Ферритовый циркулятор – это элемент волноводного тракта, пропускающий

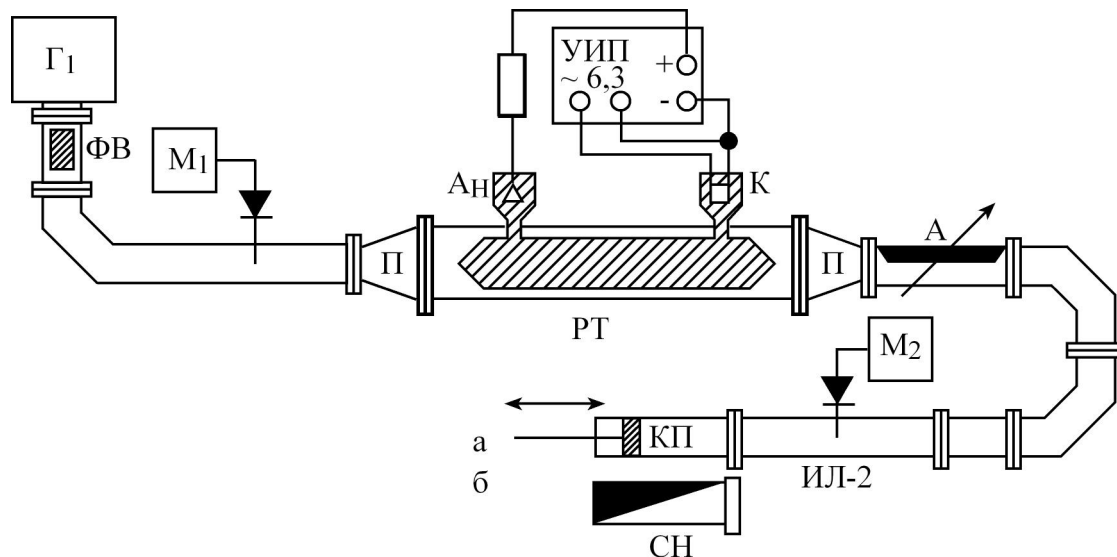


Рис. 3. Схема для измерения параметров плазмы стационарного разряда: *а* – для измерения $\Delta\varphi$; *б* – для измерения $\Delta\alpha$; Γ_1 – СВЧ генератор 3-сантиметрового диапазона; УИП – источник питания; ИЛ-1, ИЛ-2 – измерительные линии; M_1 и M_2 – микроамперметры или цифровые вольтметры; П – волноводные переходы; РТ – волновод с разрядной трубкой; А – аттенюатор; КП – короткозамыкающий поршень; СН согласованная нагрузка; ФВ – ферритовый вентиль; К и Ан – катод и анод трубки.

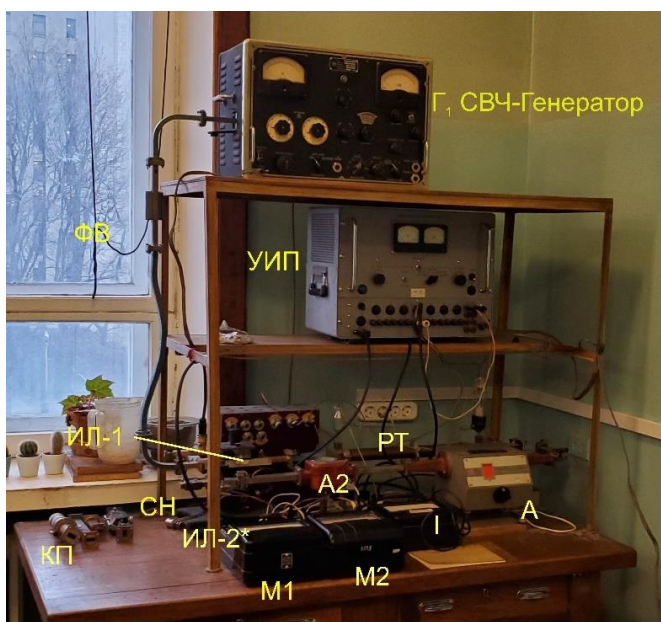


Рис. 4. Фотография экспериментальной установки. Обозначения совпадают с обозначениями рис. 3. Вместо линии ИЛ-2 включена детекторная секция. В конце волноводного тракта включена согласованная нагрузка.

длины волны в волноводе, соотношения амплитуд прямой и отраженной волн и фазы отраженной волны (по сдвигу интерференционной картинке прямой и отраженной волн). Линия представляет собой прямоугольный волновод с узкой щелью в широкой стенке волновода, через которую в волновод вводится зонд для измерения электромагнитного поля. Зонд может быть выполнен в виде проволоочки (для измерения электрического поля) или петли (для измерения магнитного поля). Линия также содержит механизм для перемещения зонда вдоль волновода, что позволяет измерять изменение амплитуды поля при изменении координаты. Далее сигнал через волноводный переход, преобразующий моду H_{10} СВЧ волны в моду

СВЧ волну в одну сторону и ослабляющий на 30–40 дБ волну во встречном направлении.

H_{11} круглого волновода, проходит через секцию с газоразрядной трубкой и через второй волноводный переход, преобразующий тип волны обратно в H_{10} поступает в калиброванный аттенюатор А, позволяющий ослабить амплитуду волны в заданное количество раз. Далее в тракте стоит запасной аттенюатор А2.

Установка может работать в двух режимах. В первом из них измеряется длина волны в волноводе. В этом случае после аттенюаторов устанавливается волноводная заглушка или короткозамыкающий поршень. Эти элементы полностью перекрывают волновод металлической стенкой, обеспечивающей 100% отражение СВЧ волны. Аттенюаторы при этом необходимо поставить в положение, соответствующее нулевому затуханию.

Во втором режиме в после аттенюатора ставится либо вторая измерительная линия, либо детекторная секция с перемещаемым электрическим или магнитным зондом, соединенным с измерительным прибором. На конце волновода ставится согласованная нагрузка, которая представляет собой отрезок волновода, содержащий введенную в волновод графитовый стержень, либо графитовую пирамиду, которая обеспечивает полное поглощение СВЧ поля без отражения.

Рассмотрим более подробно конструкцию и способы управления и настройки каждого из элементов. СВЧ генератор показан на рис 5. Он содержит



Рис. 5. СВЧ генератор.

Следующие элементы управления, которые иногда приходится задействовать при выполнении задачи. 1 – выключатель, позволяющий выключить генератор, либо включить его в непрерывном или импульсном режиме. 2 и 3 – аттенюаторы, позволяющие защитить генератор от отраженной волны (в случае, если в тракте отсутствует ферритовый вентиль). 4 – регулятор напряжения на отражателе отражательного клистрона, которое

подбирается по максимуму излучения. Это напряжение показано на вольтметре 5. Прибор 6 – индикатор волномера, который используется для контроля мощности индикатора. Остальные ручки для настройки генератора не нужны. Следует отметить, что положения всех ручек настройки уже поставлены в оптимальные положения, соответствующие прибору, прогревавшемуся 15 минут.

Измерительная линия 1 кроме механизма перемещения зонда вдоль волновода 4 содержит шкалу для отчета положения зонда 5. Отсчет показаний проводится так же как на обычном штангенциркуле. Кроме того, измерительная линия содержит регулировочные винты 1 (регулировка глубины поглощения зонда в волновод), 2 – согласование зонда с волноводным резонатором, находящимся над линией и 3. – настройка сигнала с детектора. детектора.

Калиброванный поляризационный аттенюатор (рис. 7) содержит кнопку включения 3, ручку регулировки затухания 2 и шкалу отчета 3.

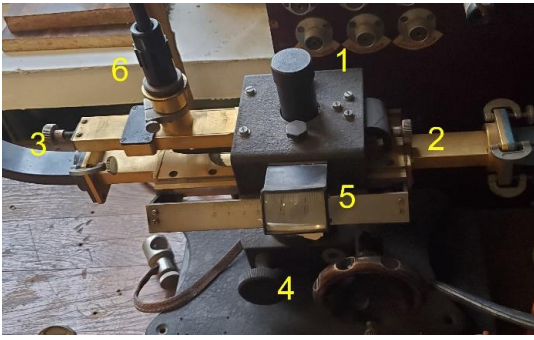


Рис. 6. Измерительная линия (слева) и ее шкала (справа).

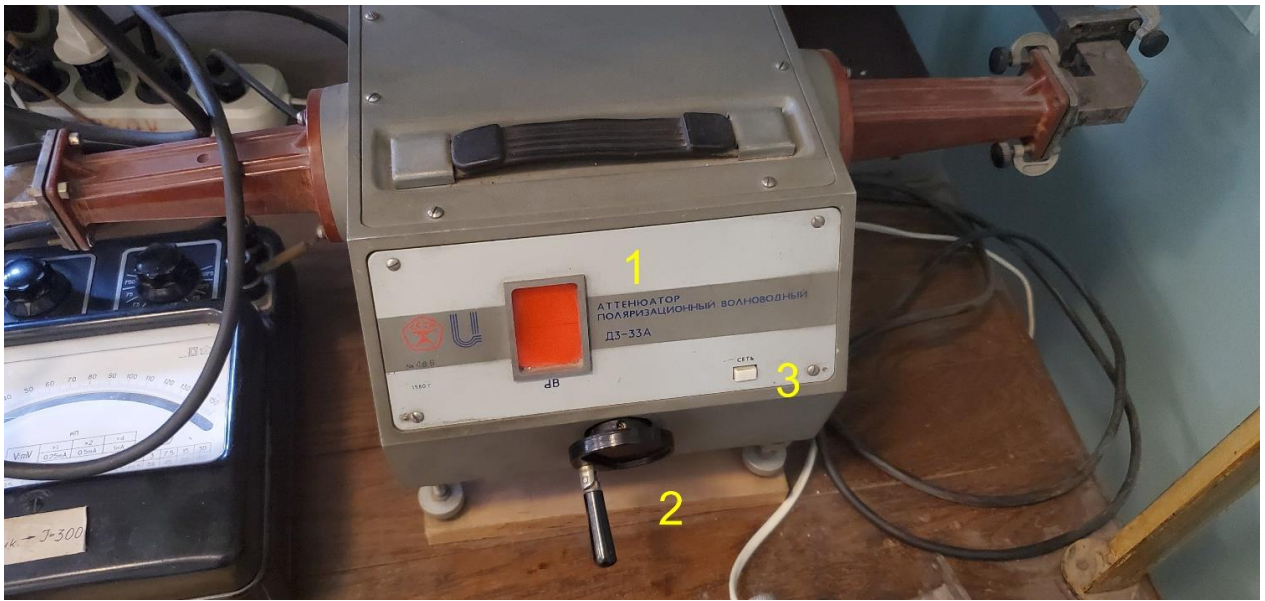


Рис. 7. Аттenuатор.

Короткозамкнутый поршень показан на рис. 7. Он перемещается вращением цилиндрической части поршня. Отсчет положения поршня аналогичен отсчету по шкале стандартного микрометра.

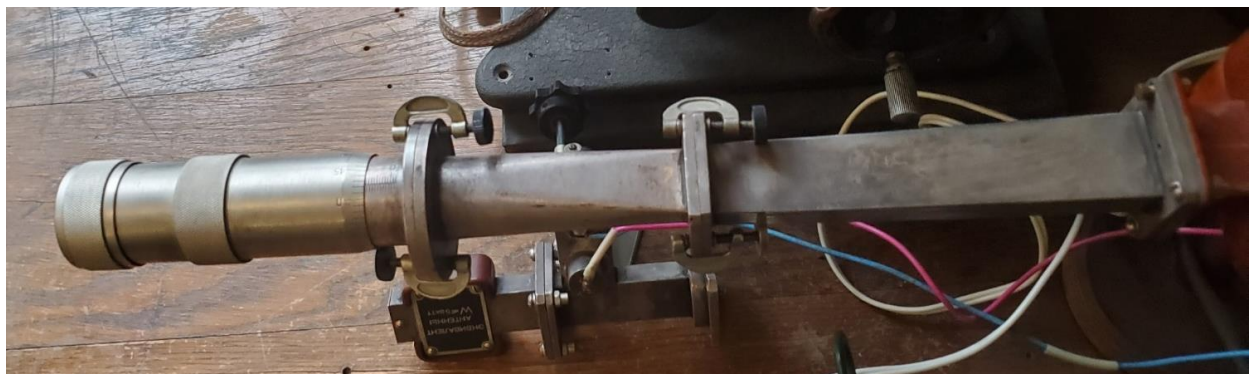


Рис. 8. Короткозамыкающий поршень.

Детекторная секция и согласованная нагрузка в сборе показаны на рис. 9. Регулировочный винт позволяет извлечь старый полупроводниковый диод из детектор-

ной секции и вставить новый. Настраиваемая ручка позволяет настроить детекторную секцию в резонанс для получения максимума сигнала.

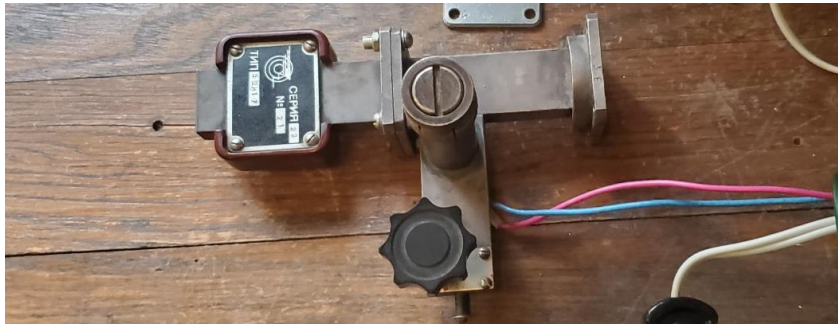


Рис. 9. Детекторная секция и согласованная нагрузка.

Фотографии приборов для измерения сигналов с линии ИЛ-1 и детекторной секции приведены на рис. 10.



Рис. 10. Приборы для измерения сигнала с измерительной линии ИЛ-1 (слева) и детекторной секции (справа).



Рис 11. Источник питания УИП-1 (слева) и прибор для измерения тока разряда (справа).

В заключение данного раздела опишем работу с разрядной трубкой. Поле в разрядной трубке поддерживается источником питания УИП-1 (Рис. 11), выдающем напряжение для накала катода 6.3 В (разъем обозначен цифрой 3) и постоянное напряжение для питания анодно-катодной цепи разряда 20 – 600 В (4). Источник питания независимо выдает также напряжение 0 – 400 В (разъем под разъемом 4), которое не используется. Приборы 9 и 10 показывают напряжение и ток, выдаваемые прибором. Переключатель 6 позволяет индицировать напряжение и ток либо источника 0–400 В, либо источника 20 – 600 В. Напряжение источника 0 –400 В регулируется ступенчато (0–200 или 200–400 в) переключателем 12 и плавно ручкой 11, напряжение 20 – 600 В – ступенчато переключателем 7 и плавно ручкой 8.

Включается прибор тумблером 1 (при этом загорается индикатор 2), при этом включается напряжение накала 6.3 В и включается прогрев ламп источника питания. Высокое напряжение (400, 600 В) включается тумблером 5 (анод). Перед включением этого тумблера необходимо прогреть источник питания в течение 10 минут



Рис. 12. Разрядная трубка (К – катод, А – Анод). R – Выводы балластного резистора.

Разрядная трубка показана на рис. 12. Она включена в цепь питания последовательно с балластным резистором R. Для поджига разряда в трубке необходимо

1. Замкнуть выходы детекторов с измерительной линии и детекторной секции (выводы кабелей вставляются в одну клемму)
2. Прогреть катод трубки в течение 10 минут (если он не прогрет).
3. Подать на трубку максимальное напряжение, которое может дать источник.
4. Взять генератор Тесла, включить его в сеть.
5. Поднести заостренный конец электрода генератора к середине открытого участка трубки между волноводом и катодом. Ни в коем случае не касайтесь электродом вывода анода трубка или заземленного волновода.
6. Включить генератор Теслы на 1–3 секунды.

7. Если разряд не зажегся, повторить операцию 6.

§ 4. Методика измерений

Для измерения сдвига фазы волны при введении в волновод плазмы используется метод короткозамыкающего поршня (рис. 3). СВЧ колебания получаются с помощью клистронного генератора, работающего в непрерывном или импульсном режиме. В первом случае индикатором колебаний служит микроамперметр М или цифровой вольтметр, во втором — осциллограф. Для защиты клистрона от отраженной волны поставлен ферритовый вентиль ФВ [5].

Волна, распространяющаяся от генератора, и волна, отраженная от поршня (рис. 3), образуют стоячую волну, которую можно обнаружить с помощью измерительной линии ИЛ-1. Введение плазмы вызывает изменение проводимости среды, заполняющей волновод, что приводит к изменению фазовой скорости волны в круглом волноводе. В результате этого отраженный от поршня сигнал приходит в линию с другой фазой и узлы стоячей волны в линии смещаются. Фазовый сдвиг, обусловленный плазмой, и изменение постоянной распространения определяются формулами

$$\Delta\varphi = \frac{360\Delta l}{\lambda_{Lin}} (degree) = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda_{Lin}} (rad), \quad \Delta\beta = \frac{\Delta\varphi}{2L} \left(\frac{rad}{cm} \right) \quad (11)$$

где λ_{Lin} — длина волны в линии, $\Delta l = l_1 - l_0$ — изменение положения минимума стоячей волны в линии при наличии плазмы в круглом волноводе относительно его положения без плазмы. Длина волны λ_{10} в прямоугольном волноводе шириной a определяется формулой

$$\lambda_{Lin} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - (\lambda_0/2a)^2}},$$

где λ_0 — длина волны в свободном пространстве, а $a = 2.3$ см.

Можно применять другой способ определения Δl , если перемещать не зонд измерительной линии ИЛ-1 при неизменном положении поршня КП, а, наоборот, перемещать поршень КП при неподвижном зонде линии ИЛ-1. Тогда с помощью микрометрического винта измеряют расстояние Δl , на которое необходимо переместить поршень КП, чтобы зонд в линии ИЛ-1 оказался в узле стоячей волны, т.е. индикатор ее (микроамперметр, цифровой вольтметр или осциллограф) показывал минимальное значение сигнала.

Измерения затухания СВЧ волны $\Delta\alpha$ проводятся (рис. 3) в режиме бегущей волны. Вместо короткозамыкающего поршня, используемого для измерения фазового сдвига $\Delta\varphi$, в конце волноводного тракта включена согласованная нагрузка СН, что обеспечивает отсутствие отраженной волны. Для определения потерь, вносимых плазмой, применяется метод замещения, позволяющий избежать ошибки, вызываемой нелинейными свойствами приборов для регистрации и усиления сигнала. Прошедший через волновод с плазмой сигнал регистрируется в

конце волнового тракта зондом измерительной линии ИЛ-2², которая дает возможность проверить наличие чисто бегущей волны в этой части тракта. Пусть мощность СВЧ волны, подводимой по волноводу к разрядной секции равна W_{inc} . После детектирования сигнал измеряется прибором M_2 . В отсутствие плазмы, когда ток через трубку не идет, в ИЛ-2 устанавливается некоторый уровень сигнала W_{tr0} . Мощность этой волны меньше W_{inc} поскольку даже в отсутствие плазмы наличие стеклянной трубки приводит к появлению отраженной от разрядной секции волны. Мощность, уносимую этой волной, будем обозначать W_{r0} . Плазма разряда приводит к уменьшению сигнала прошедшей волны до значения W_{tr} , а также изменению мощности, уносимой отраженной волной (W_r). Такое же уменьшение сигнала может быть получено без разряда в трубке с помощью градуированного аттенюатора A , включенного в волноводный тракт последовательно трубке [5].

Разность показаний аттенюатора с плазмой и без плазмы $A-A_0$, где $A = 10 \lg \left(\frac{W_{inc} - W_r}{W_{tr}} \right) (dB)$, $A_0 = 10 \lg \left(\frac{W_{inc} - W_{r0}}{W_{tr0}} \right) (dB)$, соответствует ослаблению волны $\Delta\alpha_L$, вызываемому плазмой. Чтобы правильно определить потери в плазме, необходимо измерить коэффициент стоячей волны (КСВ)³ между трубкой и генератором с помощью измерительной линии ИЛ-1. Измерение КСВ позволяет рассчитать мощность, переносимую волной, отраженной от разрядной секции [5]:

$$W_r = \left(\frac{КСВ - 1}{КСВ + 1} \right)^2 W_{inc}.$$

Получим теперь окончательные формулы для расчета постоянной поглощения волны в плазменном волноводе.

Пусть в отсутствие плазмы КСВ разрядной секции равно $КСВ_0$, а показания аттенюатора – A_0 (дБ). Общее ослабление волны определяется формулой:

$$\Delta A_0 = A_0 + 10 \lg \left(\frac{4КСВ_0}{(КСВ_0 + 1)^2} \right)$$

Для разрядной секции, включающей плазму, обозначим измеренное значение КСВ как $КСВ_{PL}$, а показания аттенюатора – A_{PL} (дБ). Поскольку в предыдущую формулу входит также затухание волны в плазме $\Delta\alpha_L$, получим

² Линия ИЛ-2 может быть заменена детекторной секцией, которая позволяет измерить амплитуду сигнала, но не дает возможности перемещать зонд, измеряющий сигнал вдоль волновода. В этом случае проверить качество работы согласованной нагрузки нельзя.

³ Коэффициент стоячей волны рассчитывается как отношение максимального сигнала в линии к минимальному при перемещении зонда $КСВ = U_{max} / U_{min}$. Данная формула определения КСВ предполагает, что зонд в линии работает в линейном режиме, то есть сигнал с зонда пропорционален напряженности поля в данном сечении линии. Этот режим наблюдается при относительно высоких мощностях сигнала. При малых напряженностях зонд работает в квадратичном режиме, т.е. сигнал с зонда пропорционален квадрату напряженности поля в данном сечении линии.

$$\Delta A_0 = A_{PL} + 10 \lg \left(\frac{4KCB_{PL}}{(KCB_{PL} + 1)^2} \right) + \Delta \alpha_L.$$

В силу использования метода замещения затухание волны в обоих случаях равны. Поэтому

$$\Delta \alpha_L (\partial B) = (A_0 - A_{PL}) + 10 \left(\lg \left(\frac{4KCB_0}{(KCB_0 + 1)^2} \right) - \lg \left(\frac{4KCB_{PL}}{(KCB_{PL} + 1)^2} \right) \right)$$

Коэффициент поглощения волны в трубке, заполненной плазмой, после этого рассчитывается по формуле

$$\Delta \alpha = \frac{\Delta \alpha_L (\partial B)}{L (\text{см})} \left[\frac{\partial B}{\text{см}} \right] = \frac{\Delta \alpha_L (\partial B)}{8.68L (\text{см})} \left[\frac{1}{\text{см}} \right].$$

§4. Замечания к проведению измерений (очень важно)

1. СВЧ генератор нужно включить за 30 минут до выполнения задачи, чтобы исключить дрейф частоты и мощности генератора в процессе выполнения работы. Источник питания трубки должен быть включен на 10 минут до поджига разряда, чтобы обеспечить прогрев катода трубки и прогрев катодов ламп источника УИП-1.

2. Для проведения измерений нужно зажечь разряд в разрядной трубке. Как правило при подаче напряжения от источника питания разряд не зажигается. **Если у вас погас разряд, пригласите инженера или преподавателя, чтобы он оказал вам помощь в инициации разряда или проконтролировал ваши действия.** Для того, чтобы его инициировать нужно.

2.1. Закоротить выходы с детекторов линий 1 и 2.

2.2. Подать на разряд напряжение от источника не менее 450 В.

2.3 Поднести к диэлектрическому промежутку трубки между левым (со стороны выполняющего задачу) электродом (анодом) и волноводом наконечник генератора Теслы и включить его на 1-2 секунды⁴. Если разряд не загорелся, повторить п. 3 еще раз.

2.4. После поджига разряда не забудьте выключить генератор Тесла из розетки.

3. Включение генератора Теслы при незакороченных выходах СВЧ диодов может привести к их выходу из строя или резкой потере чувствительности. **Поэтому включать генератор Теслы при незакороченных выходах диодов запрещается. Чувствительность детектора в линии зависит от настройки резона-**

⁴ Генератор Тесла представляет собой высоковольтный трансформатор, напряжение на первичной обмотке которого прерывается с частотой в несколько десятков килогерц. При этом на выходе генератора формируются импульсы с амплитудой в несколько киловольт, которые используются для инициации разряда.

тора, связанного с зондом измерительной линии. Настройка резонатора определяется микрометрическими винтами, находящимися на верхнем волноводе линии. Этот резонатор уже настроен оптимальным образом, поэтому трогать его настройки не рекомендуется.

4. Иногда в процессе проведения измерений (например, при малых токах разряда), разряд самопроизвольно гаснет. В этом случае нужно повторить действия п. 2.

5. Как легко понять из материала задачи, одновременно точно измерить плотность электронов и их частоту столкновений очень сложно. В случае, если коэффициент затухания велик, то он хорошо измеряется, но амплитуда отраженной волны мала, минимумы и максимумы в линии ИЛ-1 близки по величине и определяются с большой ошибкой. В обратном случае максимумы и минимумы определяются замечательно, но затухание волны в плазме мало, поэтому отражения сигнала от торцов разрядной трубки (несмотря на наличия скосов на ее торцах полностью исключить их нельзя) приводят к существенным ошибкам в измерении частоты столкновений. Выбранное давление газа в трубке является компромиссным. Поэтому не следует удивляться, что зависимость частоты столкновений от тока может иметь сложно интерпретируемый вид.

6. Выражение (8), связывающее плотности электронов и фазовый сдвиг, содержит слагаемое (v_{en}^2/ω^2) , которое при больших частотах столкновений ($v_{en}^2/\omega^2 > 1$) вносит существенный вклад в результаты. Как отмечено в предыдущем пункте, частота столкновений определяется с большими погрешностями. Поэтому погрешности в определении частоты столкновений приводят к погрешностям в расчете плотности электронов.

Согласно теории газового разряда (модель Шоттки) температура и электронов, а, следовательно, и частота столкновений очень слабо зависят от разрядного тока.

Таким образом, в тех случаях, когда $v^2/\omega^2 > 1$, а полученные значения частоты столкновений имеют большой разброс рекомендуется рассчитать среднее значение частоты столкновений и именно его использовать при расчете плотности электронов в плазме.

§5. Упражнения

1. Прогреть СВЧ генератор и катод разрядной трубки в соответствии с п.1 §4.

2. а) Измерить с помощью линии ИЛ-1 (рис. 3) длину волны в волноводе и рассчитать длину волны в свободном пространстве λ_0 и частоту поля f ⁵.

⁵ Длину волны можно также измерить перемещая поршень в конце измерительного тракта, который обеспечивает большую точность измерений (0.01 мм вместо

б) Определить положение минимумов стоячей волны в линии ИЛ-1 без разряда и выбрать наиболее удобные из них.

3. Перед выполнением дальнейших упражнений прочитайте еще раз и за- жечь разряд, выполнив действия, регламентируемые п. 2 §4.

4. Измерить с помощью схемы рис. 3 и линии ИЛ-1 зависимость фазового сдвига $\Delta\beta$, вносимых плазмой, от разрядного тока. Измерения проводить методом вилки. Если минимум соответствует, например, 10 делениям на микроамперметре, то измерить два положения линии I_A и I_B при токах микроамперметра 15 делений и рассчитать положение минимума по формуле $I_{\min} = (I_A + I_B)$

5. Повторить измерения п. 3 поставив измерительный зонд линии ИЛ-1 в сред- нее положение и сдвигая интерференционную картинку поля в линии с помощью короткозамкнутого поршня, находящегося в конце волноводного тракта. Измере- ния также проводить методом вилки. Обращаем внимание, что в формулу (9) в данном случае должна входить не динa волны в линии, а длина волны в коакси- альном поршне, которую можно рассчитать по формуле $\lambda_{Lin} = \lambda_0 / \sqrt{1 - (\lambda_0 / \lambda_{kr})^2}$. Критическая длина Н-волны в круглом волноводе может быть рассчитана по формуле $\lambda_{kr} = 2\pi R / \mu_{nm}$, где $R=15$ мм – радиус волновода, μ_{nm} – n-ный ноль функции произ- водной функции Бесселя порядка m . Для волны H_{11} получим $\mu_{11}=1.841$ и $\lambda_{kr} = 2\pi R / 1.841$.

6. Заменить короткозамкнутый поршень в конце волноводного тракта на со- гласованную нагрузку. Измерить зависимость коэффициента стоячей волны и за- тухания волны, прошедшей разрядную секцию, как функции тока разряда. Изме- рения мощности прошедшей волны проводить методом замещения. Проведя изме- рения с плазмой, выключить разряд и измерить КСВ и считать показания атте- нюатора, которые обеспечивают одинаковую амплитуду волны в линии ИЛ2.

7. Рассчитать концентрацию электронов на оси разряда n_{e0} и частоту столкно- вений ν_{eff} по измерениям фазового сдвига и коэффициента затухания. Построить зависимости n_{e0} и ν_{eff} от разрядного тока. Определить ошибки при измерении каж- дой из этих величин.

0.05 в линии). Тем не менее данная точность будет избыточной, поскольку в окон- чательном играет роль относительная точность измерения длины волны λ и сдвига волновой картины Δx . В силу того, что длина волны обычно много больше сдвига минимумов и максимумов стоячей волны, ошибкой в ее определении в большин- стве случаев (но не всегда) можно пренебречь. Отметим также, что ошибка в длине волны будет систематической, а не случайной, т.е. повлияет на все измеренные значения плотности электронов одинаково.

Диапазон токов разряда, при котором проводятся измерения и шаг изменения тока определяется преподавателем. Рекомендуемый диапазон измерений – от 40 до 120 мА, однако он может изменяться при замене элементов экспериментальной установки.

Приложение I. Диэлектрическая проницаемость плазмы при произвольной зависимости сечения упругих столкновений от скорости электрона.

Во множестве книг по электродинамике плазмы предполагается, что функция распределения электронов по энергиям немаксвелловская. Рассмотрим задачу взаимодействия поля с плазмой в линейном приближении. В этом случае поле в плазме можно представить в виде одной Фурье гармоники:

$$E = E_z \exp(-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r})). \quad (1)$$

Кинетическое уравнение для функции распределения

$$\frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \left(\mathbf{v} \cdot \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{r}} \right) + \frac{e}{m} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}} \right) = \sum_{\alpha} \hat{I}(f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)), \quad (2)$$

где $\hat{I}(f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t))$ – интеграл столкновений для частиц, описываемых функцией f (электронов), в этом случае принимает вид

$$(-i\omega + i\mathbf{k}\mathbf{v})f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \frac{e}{m} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)}{\partial \mathbf{v}} \right) = \sum_{\alpha} \hat{I}(f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)).$$

Стандартное выражение для интеграла столкновений имеет вид

$$\hat{I}(f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)) = - \iiint_{\mathbf{v}'_{\alpha}} dv'_{\alpha} dv_{\alpha} dv_{\alpha'} Q(|\mathbf{v} - \mathbf{v}'_{\alpha}|) |\mathbf{v} - \mathbf{v}'_{\alpha}| \{ f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}'_{\alpha}, t) - f(\mathbf{r}, \mathbf{v}'_{\alpha}, t) f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) \}.$$

Здесь \mathbf{v}' , \mathbf{v}'_{α} – скорости частиц до соударения, если после соударения их значения равны \mathbf{v} , Интеграл столкновений наиболее просто записать в приближении времени релаксации (Голант В.Е., Жилинский А.П., Сахаров И.Е. Основы физики плазмы, М. «Наука» 1977, Гуревич А.В., Шварцбург А.Б. Нелинейная теория взаимодействия радиоволн в ионосфере, М. «Наука» 1973, Голант В.Е. СВЧ методы исследования плазмы, М. «Наука», 1968). Опуская также слагаемое второго порядка малости, получим

$$(-i\omega + i\mathbf{k}\mathbf{v})\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \frac{e}{m} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial \mathbf{v}} \right) = \nu_{en}(|v|)\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t).$$

Частота столкновений электронов может быть рассчитана в виде

$$(-i\omega + i\mathbf{k}\mathbf{v})\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \frac{e}{m} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial \mathbf{v}} \right) = \nu_{en}(|v|)\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t).$$

Частота столкновений в последнем выражении определяется сечением передачи импульса $\nu_{en}(|v|) = |v| \sigma_{en}^*(|v|) n_q = \int_0^{\pi} |v| \sigma_{eq}(|v|, \vartheta) (1 - \cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$, где $\sigma_{eq}(|v|, \vartheta)$ – дифференциальное сечение рассеяния электронов на частицах типа q , а $\sigma_{en}^*(|v|)$ – поперечное сечение передачи импульса при столкновениях. Решение последнего уравнения приводит к результату

$$\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = -\frac{e}{m(-i\omega + i\mathbf{k}\mathbf{v} - v_{en}(|v|))} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial \mathbf{v}} \right) = v_{en}(|v|) \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t).$$

Рассмотрим сначала случай $v_{en}(|v|) \gg i\mathbf{k}\mathbf{v}$. Учтем теперь, что невозмущенная функция распределения зависит только от модуля скорости, а электрическое поле направлено вдоль оси OZ . Тогда

$$\begin{aligned} \left(\mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial \mathbf{v}} \right) &= \left(\mathbf{E}_z \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial v_z} \right) = \left(\mathbf{E}_z \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} \right) \left(\frac{\partial |\mathbf{v}|}{\partial v_z} \right) = \left(\mathbf{E}_z \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} \right) \left(\frac{\partial \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}{\partial v_z} \right) = \\ &= \left(\mathbf{E}_z \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} \right) \left(\frac{2v_z}{2\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}} \right) = \left(\mathbf{E}_z \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} \right) \cos(\vartheta) \end{aligned}$$

Таким образом, мы автоматически получаем, что возмущение функции распределения в первом приближении пропорционально косинусу угла между направлением скорости и вектором напряженности электромагнитного поля. Обычно этот факт учитывают изначально, представляя функции распределения в виде разложения по полиномам Сонина или полиномам Лежандра.

$$\delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = -\frac{e\mathbf{E}_z \cos(\vartheta)}{m(-i\omega + i\mathbf{k}\mathbf{v} - v_{en}(|v|))} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}.$$

Последнее выражение позволяет рассчитать ток, генерируемый этими возмущениями.

$$\begin{aligned} \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} &= en \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dv_x dv_y dv_z \mathbf{v} \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = -\mathbf{e}_z n \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} ev^2 dv \sin \vartheta d\vartheta d\varphi \mathbf{v}_z \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \\ &= -\mathbf{e}_z n \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} ev^2 dv d\vartheta d\varphi |\mathbf{v}| \cos \vartheta \delta f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \\ &= -\mathbf{e}_z n \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} dv d\vartheta d\varphi \frac{|\mathbf{v}|^3 e^2 \mathbf{E}_z \cos^2(\vartheta)}{m(-i\omega + i\mathbf{k}\mathbf{v} - v_{en}(|v|))} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} = \\ &= -\mathbf{e}_z n \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} dv \frac{|\mathbf{v}|^3 e^2 \mathbf{E}_z}{m(-i\omega + i\mathbf{k}\mathbf{v} - v_{en}(|v|))} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} \end{aligned}$$

Отсюда получаем выражение для проводимости

$$\begin{aligned} \sigma = \sigma_r + \sigma_i &= -\frac{4\pi e^2 n}{3m} \int_0^{\infty} dv \frac{|\mathbf{v}|^3 (i\omega - i\mathbf{k}\mathbf{v} + v_{en}(|v|))}{((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} = \\ &= -\frac{4\pi e^2 n}{3m} \int_0^{\infty} dv \frac{|\mathbf{v}|^3 v_{en}(|v|)}{m((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} + \\ &+ \frac{4\pi e^2 n}{3m} i \int_0^{\infty} dv \frac{|\mathbf{v}|^3 (i\omega - i\mathbf{k}\mathbf{v})}{m((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} \end{aligned}$$

Теперь вспомним связь проводимости и диэлектрической проницаемости

$$-\frac{i\omega}{c} \varepsilon \mathbf{E} = -\frac{i\omega}{c} \mathbf{E} + \frac{4\pi}{c} \sigma \mathbf{E}.$$

Отсюда

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi}{i\omega} \sigma = 1 - \frac{4\pi}{\omega} \frac{4\pi e^2 n}{3m} \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 (\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})}{m((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} -$$

$$- i \frac{4\pi}{\omega} \frac{4\pi e^2 n}{3m} \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 v_{en}}{m((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}$$

А.В. ()Гуревич предложил записать последнее выражение в виде

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi e^2 n}{m(\omega^2 + \bar{v}_{en}^2)} K_\varepsilon - i \frac{4\pi e^2 n \tilde{v}_{en}}{m\omega(\omega^2 + \tilde{v}_{en}^2)} K_\sigma,$$

где

$$\bar{v}_{en} = -\frac{4\pi}{3} \int_0^\infty v_{en}(|\mathbf{v}|) |\mathbf{v}|^3 \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} dv.$$

$$K_\varepsilon = -\frac{4\pi}{3} (\omega^2 + \bar{v}_{en}^2) \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3}{((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}$$

$$K_\sigma = -\frac{4\pi}{3} \frac{(\omega^2 + \bar{v}_{en}^2)}{\bar{v}_{en}} \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 v_{en}}{((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}.$$

Можно записать уравнение в еще более простом виде

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi n e^2 (\omega - i v_{en})}{m\omega(\omega^2 + v_{en}^2)} F.$$

где

$$\frac{\tilde{v}_{en}}{\omega} = \frac{\int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 v_{en}}{((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}}{\int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 \omega}{((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}}.$$

$$F = \left(1 + \frac{\tilde{v}_{en}^2}{\omega^2}\right) \frac{4\pi}{3} \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 \omega^2}{((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|} =$$

$$= \frac{\omega}{\tilde{v}_{en}} \left(1 + \frac{\tilde{v}_{en}^2}{\omega^2}\right) \int_0^\infty dv \frac{|\mathbf{v}|^3 \omega v_{en}}{m((\omega - \mathbf{k}\mathbf{v})^2 + v_{en}^2)} \frac{\partial f_0(\mathbf{r}, |\mathbf{v}|, t)}{\partial |\mathbf{v}|}.$$

вводя только одну дополнительную переменную F для описания влияния вида сечения на величину диэлектрической проницаемости.

Приложение II. Расчет постоянной распространения волны в круглом волноводе.

Рассмотрим задачу о распространении электромагнитной волны в круглом волноводе. Будем считать, что электродинамические свойства плазмы можно описать с помощью диэлектрической проницаемости, учитывающей упругие столкновения электронов с атомами газа. Будем считать, что столкновения достаточно велики, чтобы доминировать над эффектами связанными с пространственной дисперсией и бесстолкновительным поглощением поля, связанным с тепловым движением электронов и нарушением из адиабатичности движения в точке плазмен-

ного резонанса и в граничных областях плазмы. Плазму будем описывать с помощью уравнений Максвелла (6). Для среды с неоднородным распределением плотности плазмы по радиусу (и однородной по оси и азимутальному углу) для расчета постоянной распространения обычно используют численное интегрирование уравнений Максвелла, исключив из них радиальные компоненты поля и задав азимутальную зависимость в виде $\exp(im\phi)$, а осевую в виде $\exp(ihz)$. После проведения данных действий уравнения принимают вид:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r E_\phi = \frac{i\omega}{c} \left(1 - \frac{c^2 m^2}{\omega^2 \varepsilon r^2} \right) B_z - \frac{mh}{r} \frac{c}{i\omega \varepsilon} B_\phi, \quad \frac{dB_z}{dr} = \frac{i\omega}{c} \varepsilon \left(1 - \frac{h^2 c^2}{\omega^2 \varepsilon} \right) E_\phi + \frac{imhc}{r\omega} E_z,$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r B_\phi = -\frac{i\omega}{c} \varepsilon \left(1 - \frac{c^2 m^2}{\omega^2 \varepsilon r^2} \right) E_z - ih \frac{mc}{r\omega} E_\phi, \quad \frac{dE_z}{dr} = -\frac{i\omega}{c} \left(1 - \frac{h^2 c^2}{\omega^2 \varepsilon} \right) B_\phi - \frac{imhc}{r\omega \varepsilon} B_z.$$

Из данной системы уравнений следует, что азимутально-несимметричные ($m \neq 0$) волны в волноводе не могут быть разделены на поперечно-электрические и поперечно магнитные волны, так как уравнения для E_ϕ, H_z и H_ϕ, E_z оказываются связанными, таким образом используемые волны будут EH - волнами. Система решается совместно с условием ограниченности полей в начале координат и нулевыми граничными условиями на поверхности волновода ($r=R$). Если мы знаем два линейно независимых решения системы уравнений ($E_{\phi 1}(r, h), H_{z 1}(r, h), H_{\phi 1}(r, h), E_{z 1}(r, h)$, $E_{\phi 2}(r, h), H_{z 2}(r, h), H_{\phi 2}(r, h), E_{z 2}(r, h)$), удовлетворяющие условиям ограниченности полей в начале координат (еще два линейно независимых решения будут обращаться в начале координат бесконечность), то граничные условия на поверхности волновода приводят к уравнениям

$$A_1 \begin{pmatrix} E_{\phi 1}(R, h) \\ E_{z 1}(R, h) \end{pmatrix} + A_2 \begin{pmatrix} E_{\phi 2}(R, h) \\ E_{z 2}(R, h) \end{pmatrix} = 0.$$

Дисперсионное уравнение представляет собой равенство нулю определителя этого уравнения

$$E_{\phi 1}(R, h) E_{z 2}(R, h) - E_{\phi 2}(R, h) E_{z 1}(R, h) = 0.$$

Если часть волновода заполнена плазмой, причем профиль плотности распределения электронов в пространстве неизменен, как это имеет место в положительном столбе разряда постоянного тока, то это уравнение позволяет вычислить постоянную распространения волны h как функцию геометрии волновода и плотности электронов на оси разряда (либо средней плотности уравнений).

Для волновода с кусочно-неоднородным заполнением можно использовать альтернативный подход, выразим поперечные составляющие поля через осевые компоненты (Стреттон Дж. Теория электромагнетизма, 1949 г).

$$\begin{pmatrix} B_r \\ B_\phi \end{pmatrix} = \left(\frac{\omega_n^2}{c^2} \varepsilon - h^2 \right)^{-1} \left\{ \frac{i\omega_n}{c} \varepsilon E_z \begin{pmatrix} \frac{im}{r} Q_m(k_r r) \\ -k_r Q'_m(k_r r) \end{pmatrix} + B_z ih \begin{pmatrix} k_r Q'_m(k_r r) \\ \frac{im}{r} Q_m(k_r r) \end{pmatrix} \right\} \exp(im\phi + ihz),$$

$$\begin{pmatrix} E_r \\ E_\phi \end{pmatrix} = \left(\frac{\omega_n^2}{c^2} \varepsilon - h^2 \right)^{-1} \left\{ -ih E_z \begin{pmatrix} k_r Q'_m(k_r r) \\ \frac{im}{r} Q_m(k_r r) \end{pmatrix} - \frac{i\omega_n}{c} B_z \begin{pmatrix} \frac{im}{r} Q_m(k_r r) \\ -k_r Q'_m(k_r r) \end{pmatrix} \right\} \exp(im\phi + ihz).$$

где $k_r = \sqrt{\frac{\omega_n^2}{c^2} \varepsilon - h^2}$ – поперечная постоянная распространения, а $Q_m(k_r r)$ – решение уравнения Бесселя.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial Q_m}{\partial r} - \left(\frac{\omega_n^2}{c^2} \varepsilon - h^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) Q_m = 0, .$$

Для центральной области волновода, в силу ограниченности решений в нуле $Q_m(k_r r) = J_m(k_r r)$, где $J_m(k_r r)$ – функция Бесселя. В промежуточной области (диэлектрическая трубка) и внешней области (между трубкой и стенкой волновода) решение представляет собой сумму функций Бесселя и Неймана. На стенке волновода выполняются условия равенства нулю тангенциальных компонент электрического поля, а на границе диэлектрической трубки с плазмой и воздухом – условия равенства тангенциальных компонент электрического и магнитного полей с обеих сторон границы.

Дисперсионное уравнение представляет собой определитель уравнений, выражающих данные граничные условия. Мы не будем их выписывать ввиду громоздкости.

Для не полностью заполненного плазмой волновода и тонкой стеклянной трубки всю область концентраций электронов от 0 до ∞ можно разделить на три части:

1. Область малых плотностей электронов ($\text{Re}\varepsilon > 0$) – в которой распространяются объемные волны.
2. Область в которой волны не распространяются ($0 > \text{Re}\varepsilon > -1$).
3. Область распространения поверхностной волны ($\text{Re}\varepsilon < -1$).

В области 1 постоянная распространения меньше (а волна длиннее), чем в вакууме, а в третьем выполнено обратное соотношение. Для длинного плазменного столба в области 2 сигнал, прошедший плазму, очень мал и точное определение плотности плазмы затруднено.

В общем случае расчет постоянной распространения волны может быть выполнен только численно. Однако для малых плотностей электронов возможно использование теории возмущений.

Приложение III. Расчет постоянной распространения электромагнитной волны в волноводе с помощью теории возмущений

Расчет постоянной распространения волны в волноводе, частично заполненном плазмой достаточно сложны для расчета и зависимости постоянной распространения от плотности плазмы могут быть получены только численно. Однако для малых плотностей плазмы могут быть получены очень простые формулы, базирующиеся на использовании теории возмущений (Никольский В.В., Вариационные методы для внутренних задач электродинамики, Наука 1968. Булкин П.С., Пономарев В.Н., Солнцев Г.С. Импульсный сверхвысокочастотный разряд в длинных трубках. // Журнал технической физики. 1963. Т. 33. Вып. 10. С. 1222 – 1226. Пономарев В.Н., Солнцев Г.С. Постоянная распространения волны в прямоуголь-

ном волноводе, содержащем плазму в диэлектрической трубке. // Журнал технической физики. 1966. Т. 36. С. 1376 – 1382.) $\sigma = \frac{-i\omega}{4\pi}(\varepsilon - 1)$

Из решения системы уравнений (6) с применением метода малых возмущений в первом приближении получается

$$\Delta\beta = k \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{\int_{S_w} (\operatorname{Re} \varepsilon - 1) E_0^2 dS}{\int_{S_w} |E_0|^2 dS}, \quad \Delta\alpha = k \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{\int_{S_w} \operatorname{Im} \varepsilon E_0^2 dS}{\int_{S_w} |E_0|^2 dS}.$$

Здесь E_0 — амплитуда напряженности поля основной волны в волноводе без плазмы; $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ — изменение фазовой постоянной и затухания, вызываемые плазмой; $\operatorname{Re} \varepsilon$ и $\operatorname{Im} \varepsilon$ — Действительная и мнимая составляющие диэлектрической проницаемости плазмы. Интегрирование проводится по площади поперечного сечения волновода S_w , λ_w и λ_0 — длины волн в волноводе и в свободном пространстве. Фактически в числителе необходимо проводить интегрирование только по площади, заполненной плазмой/ Учитывая выражение для диэлектрической проницаемости плазмы получим

$$\Delta\beta = -k \frac{\lambda_w}{2\lambda_0} \frac{\int_{S_{pl}} \frac{n_e}{n_c} \frac{\omega^2}{\omega^2 + \nu^2} E_0^2 dS}{\int_{S_w} |E_0|^2 dS}, \quad \Delta\alpha = k \frac{\lambda_{pl}}{2\lambda_0} \frac{\int_{S_w} \frac{n_e}{n_c} \frac{\omega\nu}{\omega^2 + \nu^2} E_0^2 dS}{\int_{S_w} |E_0|^2 dS}.$$

где введено обозначение $n_c = m\omega^2/4\pi e^2$. Для учета неоднородности распределения плазмы вводят коэффициент называемый формфактором

$$C_F = \frac{S_w \int_{S_{pl}} n_e |E_0|^2 dS}{\int_{S_w} n_e dS \int_{S_w} |E_0|^2 dS}$$

Коэффициент C_F (называемый форм-фактором) характеризует степень взаимодействия плазмы и волны, распространяющейся по волноводу. Он зависит от конфигурации СВЧ поля в волноводе и распределения по сечению плазмы концентрации электронов:

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Голант В. Е. Сверхвысокочастотные методы исследования плазмы. М., «Наука», 1966, гл. I, V.
2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., «Наука», 1967, гл. I, II.
3. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. М., «Наука», 1971, § 33—37.

Дополнительная

4. Грановский В. Л. — ЖЭТФ, 22, № 1, с. 1, 1952.
5. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ, т. 1. М.: «Высшая школа», 1970.

6. Pfau S., Winkler R, — «Beitrage aus der Plasmaphysik», 13, Н. 5, 297 – 315 1973.
7. Каган Ю. М., Миленин В. М., Мурадов А. Х. — ЖТФ, 43, №. 9, 2003, 1973.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие плотности плазмы могут быть измерены с помощью предлагаемого метода с помощью СВЧ волны?
2. Какие волны могут быть использованы для исследования плотности электронов в плазме?
3. Могут ли быть измерены плотности электронов выше критической в плазме с помощью СВЧ метода?
4. Как определяется и какой физической смысл у критической концентрации?
5. Почему лазеры позволяют измерять плотности плазмы с более высокой плотностью электронов? Рассчитайте диапазон плотностей, который может быть измерен при длине лазерного излучения 10.6 микрон и размере плазмы 2 см (CO₂ лазер).
6. Можно ли использовать СВЧ метод для измерения плотности плазмы, помещенной в магнитное поле?
7. Как связаны проводимость плазмы и ее диэлектрическая проницаемость?
8. Что такое эффективная частота столкновений электронов в СВЧ поле? Чем она отличается от эффективной частоты столкновений в постоянном поле? Когда они совпадают, а когда различаются?
9. Как зависит эффективная частота столкновений от плотности и температуры электронов?
10. Что такое формфактор?
11. Каково в действительности радиальное распределение плотности электронов в плазменном столбе в исследуемой задаче?
12. Как определяется критическая длина волны в прямоугольном и круглом волноводах?
13. Рассчитайте длины волн в прямоугольном и круглом волноводах для заданной частоты и размера волновода.
14. Нарисуйте распределение электрического и магнитного полей в круглом и прямоугольном волноводах.
15. Что собой представляет измерительная линия?
16. Как изменятся формулы для отраженной мощности, если диод в измерительной линии будет работать в квадратичном, а не линейном режиме? Каковы условия реализации квадратичного или линейного режимов?
17. Что собой представляет ферритовый вентиль и почему он пропускает СВЧ волну только в одну сторону?
18. Что такое клистрон?
19. Нарисуйте устройство короткозамыкающего поршня и согласованной нагрузки?
20. Почему внесение плазмы приводит к изменению постоянной распространения СВЧ волны?
21. Может ли СВЧ метод может быть использован для измерения характеристик других сред (не плазмы)?
22. Объясните полученные в эксперименте зависимости плотности электронов и частоты столкновений от разрядного тока исходя из какой-либо модели положительного столба разряда.